ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Физика»

Лабораторная работа М-34
«Определение характеристик затухающих колебаний»
по дисциплине

«Физика»

Авторы
Шкиль Т. В.,
Мардасова И. В.,
Беликова Т. С.,

Ростов-на-Дону, 2018

Аннотация

Указания содержат краткую теорию по разделу физики «Механические колебания», описание рабочей установки и методику экспериментального определения ряда физических величин.

Предназначены для студентов инженерных направлений подготовки всех форм обучения, в программу учебного курса которых входит выполнение лабораторных работ по физике (раздел «Механические колебания»).

Авторы

к.ф.-м.н., доцент кафедры «Физика»
Шкиль Т.В.,
к.ф.-м.н., доцент кафедры «Физика»
Мардасова И.В.,
к.ф.-м.н., доцент кафедры «Физика»
Беликова Т.С.

Оглавление

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА М-34. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: определение характеристик затухающих механических колебаний.

Оборудование: физический маятник, аналоговый преобразователь «Кобра-3» с блоком питания, персональный компьютер, соединительные провода.

Краткая теория

Колебаниями называются процессы, которые характеризуются определенной повторяемостью во времени, т.е. колебания - периодические изменения какой-либо величины.

Период - это время, за которое совершается одно полное колебание:

$$T = \frac{t}{N}, \quad [T] = 1c,$$

где N - число колебаний за время t.

Частота колебаний - число колебаний, совершенных за единицу времени.

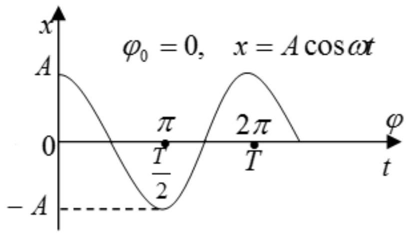

Рис. 1

$$\nu = \frac{N}{t}, \quad [\nu] = \frac{1}{c} = Гц.$$

Период и частота связаны между собой:

$$T = \frac{1}{\nu}, \quad \nu = \frac{1}{T}.$$

Циклическая или круговая частота - число колебаний, совершенных за время 2π (единиц времени):

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}, \quad [\omega] = \frac{рад}{c}.$$

Простейшим типом колебаний являются *гармонические колебания*, при которых изменение величины происходит по закону синуса или косинуса (рис.1):

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0),$$

где x - значение изменяющейся величины;

$A = x_{max}$ - амплитуда колебаний, максимальное значение изменяющейся величины;

$\varphi = \omega t + \varphi_0$ - фаза колебаний в момент времени t (угловая мера времени);

φ_0 - начальная фаза, определяет значение x в начальный момент времени при $t = 0$, $[\varphi] = 1 рад$.

Колебательная система, совершающая гармонические колебания, называется *гармоническим осциллятором*.

Свободными или собственными называются колебания, которые совершает система около положения равновесия после того, как она каким-либо образом была выведена из состояния устойчивого равновесия и представлена самой себе.

Как только тело (или система) выводится из положения равновесия, сразу же появляется сила, стремящаяся возвратить тело обратно. Эта сила называется *возвращающей*, она всегда направлена к положению равновесия, происхождение ее различно:

а) для пружинного маятника - сила упругости;

б) для физического и математического маятников - составляющая силы тяжести.

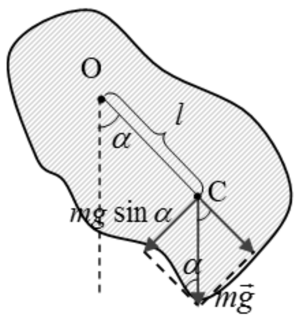

Рис. 2

Если в системе отсутствуют силы трения, колебания продолжаются бесконечно долго с постоянной амплитудой и называются собственными незатухающими колебаниями.

Физическим маятником называют твердое тело, совершающее колебания под действием силы тяжести вокруг неподвижной горизонтальной оси, проходящей через точку О, не совпадающую с центром масс С. На рисунке 2 ось перпендикулярна плоскости чертежа, а маятник отклонен от положения равновесия на некоторый угол α. В соответствии с уравнением динамики вращательного движения твердого тела суммарный момент $\vec{M}$ действующих на тело сил равен произведению углового ускорения $\vec{\varepsilon}$ на момент инерции тела относительно той же оси вращения:

$$\vec{M} = \vec{\varepsilon} J \qquad (1)$$

В этом случае $$\varepsilon = \frac{d^2\alpha}{dt^2}, \qquad (2)$$

а возвращающая сила – составляющая силы тяжести $mg\sin\alpha$, поэтому

$$M = -mg\sin\alpha \cdot l \approx -mgl\alpha, \qquad (3)$$

где l - плечо силы, расстояние между точкой О и центром масс С; $\sin\alpha \approx \alpha$ при малых углах α. Знак «минус» обусловлен тем, что вектор момента силы тяжести и угловое перемещение α направлены противоположно.

Используя соотношения (2) и (3), уравнение (1) можно записать в виде

$$-mgl\alpha = \frac{d^2\alpha}{dt^2}J, \text{ или } \quad \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mgl}{J}\alpha = 0. \qquad (4)$$

Обозначим $\frac{mgl}{J} = \omega_0^2$, где ω_0 - циклическая частота собственных колебаний. Уравнение (4) принимает вид

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega_0{}^2\alpha = 0$$

и называется *дифференциальным уравнением свободных незатухающих колебаний физического маятника.*

Его решением является выражение

$$\alpha = \alpha_0\cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где α_0 - амплитуда колебаний, т.е. наибольший угол, на который отклоняется маятник от положения равновесия, а период колебаний физического маятника определяется формулой

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}}. \qquad (5)$$

В реальной колебательной системе свободные колебания, происходящие за счет однажды сообщенной механической энергии, всегда являются затухающими, поскольку в процессе колебаний энергия непрерывно расходуется на преодоление сил трения и сопротивления окружающей среды.

Суммарный момент сил трения в точке подвеса и сопротивления воздуха зависит от угловой скорости: $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\alpha}}{dt}$,

$$\vec{M}_{тр} = -k\frac{d\vec{\alpha}}{dt},$$

где k - коэффициент пропорциональности (коэффициент трения).

Основное уравнение динамики вращательного движения принимает вид

$$\vec{M} + \vec{M}_{mp} = \vec{\varepsilon} J \text{ , } m\vec{g}$$

$$-mgl\alpha - k\frac{d\alpha}{dt} = J\frac{d^2\alpha}{dt^2} \text{ ,}$$

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{k}{J}\cdot\frac{d\alpha}{dt} + \frac{mgl}{J}\alpha = 0 \text{ .}$$

Обозначив $\frac{mgl}{J} = {\omega_0}^2$, $\frac{k}{J} = 2\beta$, запишем *дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний*:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + 2\beta\frac{d\alpha}{dt} + \omega_0^2\alpha = 0 \text{ .}$$

Решением этого уравнения является выражение

$$\alpha = \alpha_0 e^{-\beta t}\cos(\omega t + \varphi_o),$$

где $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – циклическая частота свободных затухающих колебаний,

ω_0 - циклическая частота свободных незатухающих колебаний,

β - коэффициент затухания,

α_0 - амплитуда в начальный момент времени (t=0).

$\alpha_m(t) = \alpha_0 e^{-\beta t}$ - закон убывания амплитуды.

Амплитуда убывает по экспоненциальному закону (рис. 3).

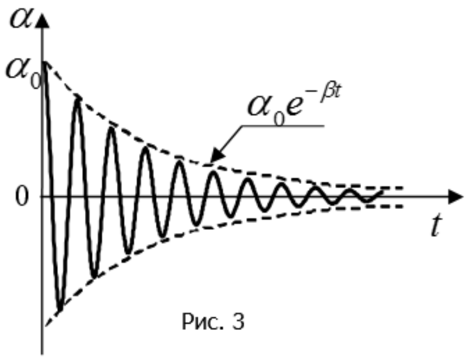

Рис. 3

Затухающие колебания - это колебания, амплитуда которых убывает со временем.

Время релаксации τ - это время, за которое амплитуда уменьшается в e раз.

$$\frac{\alpha_0}{\alpha_0 e^{-\beta\tau}} = e, \quad e^{\beta\tau} = e^1,$$

$$\beta\tau = 1, \quad \beta = \frac{1}{\tau}.$$

Таким образом, β есть величина, обратная времени релаксации.

Важнейшей характеристикой затухающих колебаний является логарифмический декремент затухания θ.

Логарифмическим декрементом затухания называется натуральный логарифм отношения двух амплитуд, отличающихся друг от друга по времени на период:

$$\theta = \ln\frac{\alpha_0}{\alpha_0 e^{-\beta T}} = \ln e^{\beta T} = \beta T.$$

Выясним его физический смысл.

За время релаксации система успеет совершить N колебаний:

$$N = \frac{t}{T} = \frac{\tau}{T},$$

$$\theta = \beta T = \frac{1}{\tau}T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N},$$

т.е. θ - это величина, обратная числу колебаний, в течение которых амплитуда уменьшается в е раз.

Для характеристики колебательной системы используют понятие добротности Q. При малых затуханиях

$$Q = \frac{\pi}{\theta} = \pi N.$$

Добротность - физическая величина, пропорциональная числу колебаний, в течение которых амплитуда уменьшается в е раз.

Описание экспериментальной установки и методики выполнения работы

Схематическое изображение экспериментальной установки приведено на рисунке 4. На краю лабораторного стола 1 с помощью крепежного устройства 2 установлена стойка 3, к которой прикреплен маятник, способный вращаться вокруг оси 4. Маятник представляет собой металлический стержень 5, на конце которого укреплен диск 6, масса которого значительно больше массы стержня. К маятнику прикреплен «парус» 7, наличие которого значительно увеличивает сопротивление воздуха, поэтому колебания быстро затухают.

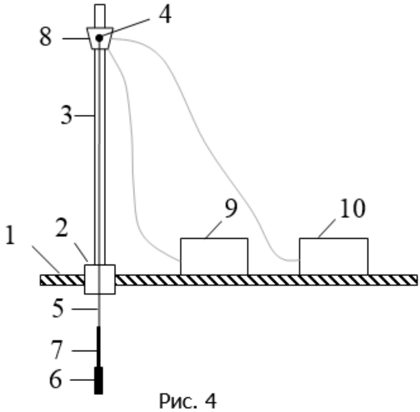

Рис. 4

Датчик колебаний 8 соединен с аналого-цифровым преобразователем «Кобра-3» 9 и источником питания 10.

Механические колебания маятника с помощью преобразователя «Кобра-3» переводятся в цифровой электрический код, который обрабатывается программой «Measure» («Измерить») и выводится на монитор персонального компьютера в виде зависимости $U(t)$.

Величина напряжения на выходе из аналого-цифрового преобразователя U в любой момент времени пропорциональна угловому перемещению маятника α, что позволяет рассматривать экспериментальную кривую как график зависимости $\alpha(t)$ (рис. 3) и записывать экспериментальные данные как значения α в относительных единицах.

При малых углах зависимость угла поворота α от времени описывается выражением $\alpha = \alpha_0 e^{-\beta t}\cos(\omega t + \varphi_o)$, (6)

где ω - циклическая частота свободных затухающих колебаний,

ω_0 - циклическая частота свободных незатухающих колебаний,

β - коэффициент затухания,

α_0 - амплитуда в начальный момент времени (t=0),

$\alpha_m(t) = \alpha_0 e^{-\beta t}$ - закон убывания амплитуды.

Для нахождения β используем закон убывания амплитуды:

$$\alpha_m = \alpha_0 e^{-\beta t}, \qquad \frac{\alpha_m}{\alpha_0} = e^{-\beta t},$$

$$\frac{\alpha_0}{\alpha_m} = e^{\beta t}, \qquad \ln\frac{\alpha_0}{\alpha_m} = \beta t \quad \Rightarrow \quad \beta = \frac{1}{t}\cdot\ln\frac{\alpha_0}{\alpha_m}.$$

Зная β, можно рассчитать логарифмический декремент затухания и добротность: $\theta = \beta T$, $\qquad Q = \dfrac{\pi}{\theta}$.

Порядок выполнения работы

Подготовить к работе персональный компьютер. Подключить установку к сети и загрузить в компьютер программу «Measure». При использовании ноутбука нажать кнопку «Пуск», на рабочем столе на панели инструментов выбрать «Прибор», щелкнуть левой кнопкой мыши 2 раза, в появившемся меню выбрать «Кобра-3. Универсальный измеритель». Запустить программу для проведения измерений в соответствии с инструкцией.

1. Маятник отклонить от положения равновесия на небольшой угол 30-50 и отпустить.
2. Щелкнуть кнопкой мыши на команде «Начать измерение», а через 1-2 минуты на команде «Закончить измерение».
3. На панели инструментов выбрать «Анализ кривой»; щелкнуть на командах «Рассчитать» и «Изобразить результат».

После этого на экране монитора будет представлен график затухающих колебаний с указанием амплитудных значений и времени. Выбрать на графике участок, где затухание колебаний по экспоненциальному закону выражено наиболее четко, и увеличить масштаб по горизонтали (правой кнопкой мыши).

4. Записать в таблицу экспериментальные данные α_m и t с экрана монитора для 3-5 колебаний (по указанию преподавателя).
5. Вычислить средние значения периода колебаний и циклической частоты:

$$\langle T\rangle = \frac{t_N - t_0}{N}, \qquad \langle\omega\rangle = \frac{2\pi}{\langle T\rangle},$$

где N - число колебаний, t_N - время, соответствующее N колебаниям, t_0 - время, соответствующее началу отсчета колебаний.

6. Вычислить значения β по формуле

$$\beta = \frac{1}{t}\cdot\ln\frac{\alpha_0}{\alpha_m} = \frac{1}{t_N - t_0}\cdot\ln\frac{\alpha_0}{\alpha_m}.$$

7. Рассчитать и занести в таблицу

а) среднее значение $\langle\beta\rangle = \frac{\beta_1 + \beta_2 + \ldots + \beta_n}{n}$;

б) абсолютные погрешности каждого измерения $\Delta\beta_i = \left|\langle\beta\rangle - \beta_i\right|$;

в) среднюю абсолютную погрешность результата $\langle\Delta\beta\rangle = \frac{\Delta\beta_1 + \Delta\beta_2 + \ldots + \Delta\beta_n}{n}$;

г) относительную погрешность $\delta\beta = \frac{<\Delta\beta>}{<\beta>}$;

д) записать окончательный результат в виде $\beta = \langle\beta\rangle \pm \langle\Delta\beta\rangle$.

Таблица 1

N	α_m, отн.ед.	t, с	β, c^{-1}	$\Delta\beta$, c^{-1}	$\delta\beta$, %
0			-	-	
1					
2					
3					
4					
5					
		Среднее значение			

8. Определить логарифмический декремент затухания θ и добротность Q:

$$\theta = \langle\beta\rangle\cdot\langle T\rangle, \quad Q = \frac{\pi}{\theta}.$$

9. Используя средние значения β и ω, записать уравнение за-

тухающих колебаний в виде

$$\alpha = \alpha_0 e^{-\beta t} \cos \omega t \, .$$

Сделать выводы.

Контрольные вопросы

1. Что представляют собой колебания?
2. Что такое период колебаний? Частота? Циклическая частота? Амплитуда? Запишите соответствующие формулы и единицы измерений указанных величин.
3. Какие колебания называются свободными? Затухающими? Вынужденными? Гармоническими?
4. Напишите уравнение гармонических колебаний и изобразите их графически.
5. Что представляет собой пружинный маятник? Физический? Математический? Запишите формулы для периодов колебаний этих маятников.
6. Запишите уравнение затухающих колебаний и изобразите графически зависимость $x = f(t)$.
7. Запишите закон убывания амплитуды при затухающих колебаниях.
8. Что такое логарифмический декремент затухания и добротность? Запишите соответствующие формулы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трофимова Т.И. Курс физики – М.: Академия, 2013.