



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Физика»

Лабораторная работа М-32 «Определение моментов инерции тел раз- личной формы» по дисциплине

«Физика»

Авторы
Шкиль Т. В.,
Мардасова И. В.,
Беликова Т. С.,

Ростов-на-Дону, 2018

Аннотация

Указания содержат краткую теорию по разделам физики «Динамика вращательного движения» и «Механические колебания», описание рабочей установки и методику экспериментального определения ряда физических величин.

Предназначены для студентов инженерных направлений подготовки всех форм обучения, в программу учебного курса которых входит выполнение лабораторных работ по физике.

Авторы

к.ф.-м.н., доцент Шкиль Т.В.,	кафедры	«Физика»
к.ф.-м.н., доцент Мардасова И.В.,	кафедры	«Физика»
к.ф.-м.н., доцент Беликова Т.С.	кафедры	«Физика»



Оглавление

Лабораторная работа М-32 «ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ТЕЛ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ»4

Краткая теория.....	4
Описание экспериментальной установки и методики выполнения работы	6
Порядок выполнения работы.....	7
Контрольные вопросы	10
Литература	10

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА М-32 «ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ТЕЛ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ»

Цель работы: определение моментов инерции твердых тел правильной геометрической формы; проверка теоремы Штейнера.

Оборудование: экспериментальная установка, электронный секундомер, набор исследуемых тел.

Краткая теория

Момент инерции является мерой инертности тела при вращательном движении.



Рис. 1

Момент инерции материальной точки относительно неподвижной оси вращения равен произведению её массы на квадрат расстояния до рассматриваемой оси вращения (рис. 1):

$$J = mr^2, \quad [J] = 1\text{кг}\cdot\text{м}^2.$$

J зависит только от массы материальной точки и её положения относительно оси вращения и не зависит от наличия самого вращения.

Момент инерции - скалярная и аддитивная величина, поэтому момент инерции тела равен сумме моментов инерции всех его точек:

$$J = \sum_i J_i = \sum_i m_i r_i^2.$$

Момент инерции имеет смысл только при заданном положении оси вращения. Он зависит:

- 1) от положения оси вращения;
- 2) от распределения массы тела относительно оси вращения, т.е. от формы тела и его размеров.

Если для тела известен момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс, то момент инерции относительно любой оси, параллельной первой, находится по *теореме Штейнера*: момент инерции тела относительно произвольной оси равен моменту инерции J_0 относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс тела, сложенному с произведением массы тела на квадрат расстояния между

осями.

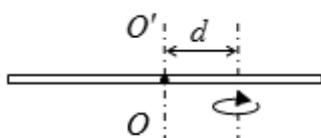


Рис. 2

$$J = J_0 + md^2,$$

где d расстояние от оси OO' , проходящей через центр масс тела, до оси вращения (рис. 2).

Центр масс - воображаемая точка, положение которой характеризует распределение массы данного тела. Центр масс тела движется так же, как двигалась бы материальная точка той же массы под действием всех внешних сил, действующих на данное тело.

Для экспериментального определения моментов инерции различных тел часто используют механические колебания.

Колебаниями называются процессы, которые характеризуются определенной повторяемостью во времени, т.е. колебания - периодические изменения какой-либо величины.

Период - это время, за которое совершается одно полное колебание:

$$T = \frac{t}{N}, \quad [T] = 1с,$$

где N - число колебаний за время t .

Частота колебаний - число колебаний, совершенных за единицу времени.

$$\nu = \frac{N}{t}, \quad [\nu] = \frac{1}{с} = Гц.$$

Период и частота связаны между собой:

$$T = \frac{1}{\nu}, \quad \nu = \frac{1}{T}.$$

Циклическая или круговая частота - число колебаний, совершенных за время 2π (единиц времени):

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}, \quad [\omega] = \frac{рад}{с}.$$

Свободными или собственными называются колебания, которые совершает система около положения равновесия после того, как она каким-либо образом была выведена из состояния устойчивого равновесия и

представлена самой себе.

Как только тело (или система) выводится из положения равновесия, сразу же появляется сила, стремящаяся вернуть тело обратно. Эта сила называется *возвращающей*, она всегда направлена к положению равновесия, происхождение ее различно.

Описание экспериментальной установки и методики выполнения работы

Схематическое изображение установки представлено на рисунке 3.

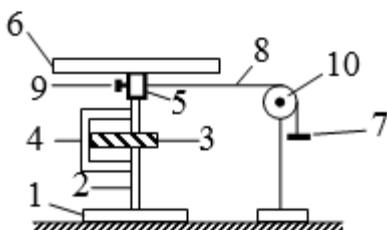


Рис. 3

На основании 1 закреплена вертикальная ось 2, к которой прикреплена спиральная пружина 3, конец которой соединен с держателем 4. На вращающемся валу 5 закрепляется исследуемое тело 6. Для определения числа колебаний используется указатель 7, свободно свисающий на нити. Нить 8 при-

креплена к винту 9 и перекинута через вращающийся блок 10. Время измеряется обычным секундомером, число колебаний определяется при помощи указателя 7. Отчет колебаний начинать, когда указатель находится внизу. Нить 8 должна быть горизонтальной, а винт 9 ориентирован противоположно натянутой нити.

Если тело повернуть на некоторый угол и затем отпустить, деформированная при этом пружина и соединенное с ней тело начинают совершать крутильные колебания.

При закручивании спиральной пружины возникает вращающий момент сил упругости, пропорциональный углу поворота α :

$$\vec{M} = -D\vec{\alpha}, \quad (1)$$

где D - модуль кручения.

Знак «минус» обусловлен тем, что вектор углового перемещения $\vec{\alpha}$ и вектор момента силы упругости \vec{M} направлены противоположно.

Согласно основному закону динамики вращательного движения

Физика

$$\vec{M} = \varepsilon J, \quad (2)$$

где J - момент инерции тела, ε - угловое ускорение.

$$\varepsilon = \frac{d^2\alpha}{dt^2}. \quad (3)$$

Подставим (1) и (3) в выражение (2):

$$-D\alpha = \frac{d^2\alpha}{dt^2} J,$$

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{D}{J}\alpha = 0.$$

Обозначим $\frac{D}{J} = \omega_0^2$,

$$(4)$$

где ω_0 - циклическая частота собственных колебаний.

Получаем дифференциальное уравнение свободных незатухающих крутильных колебаний:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega_0^2\alpha = 0.$$

Период таких колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D}},$$

а момент инерции исследуемого тела

$$J = \frac{DT^2}{4\pi^2}. \quad (5)$$

Порядок выполнения работы

Задание 1. Определение момента инерции твердого тела

1. Закрепить тело правильной формы (по заданию преподавателя) на оси вращения и записать в таблицу 1 значения m и R .
2. Тело вывести из положения равновесия, повернув на угол

$\alpha \approx 180^0$, и отпустить.

3. Измерить и занести в таблицу 1 время $N = 5$ полных колебаний. Измерения провести 5 раз.
4. Для каждого опыта определить период колебаний $T = \frac{t}{N}$.
5. Определить для каждого значения T момент инерции тела по формуле (5).

Таблица 1

$N = 5, \quad D = 0,02 \frac{H \cdot m}{рад}, \quad m = \quad кг, \quad R = \quad м$							
№ п/п	t, с	T, с	J, кг·м ²	ΔJ, кг·м ²	δJ	J _T , кг·м ²	δJ _T
1							
2							
3							
4							
5							
Среднее значение							

6. Рассчитать и занести в таблицу:

а) среднее значение момента инерции $\langle J \rangle = \frac{J_1 + J_2 + \dots + J_n}{n}$;

б) абсолютные погрешности каждого измерения $\Delta J_i = |\langle J \rangle - J_i|$;

- в) среднюю абсолютную погрешность результата

$$\langle \Delta J \rangle = \frac{\Delta J_1 + \Delta J_2 + \dots + \Delta J_n}{n};$$

г) относительную погрешность $\delta J = \frac{\langle \Delta J \rangle}{\langle J \rangle}$.

7. Рассчитать по формуле и занести в таблицу теоретическое значение момента инерции тела J_T относительно оси, про-

ходящей через центр масс:

а) для полого цилиндра $J = mR^2$;

б) для сплошного цилиндра (диска) $J = \frac{1}{2} mR^2$;

в) для шара $J = \frac{2}{5} mR^2$;

г) для стержня $J = \frac{1}{12} ml^2$.

8. Сравнить экспериментально полученное значение $\langle J \rangle$ с J_T :

$$\delta J_T = \frac{|J_T - \langle J \rangle|}{J_T}.$$

9. Окончательный результат измерения представить в виде:

$$J = \langle J \rangle \pm \langle \Delta J \rangle.$$

Задание 2. Проверка теоремы Штейнера

1. Закрепить диск с отверстиями (расстояние между которыми 0,03 м) таким образом, чтобы ось вращения была смещена относительно центра масс диска на $d = 0,03$ м (или $d = 0,06$ м – по указанию преподавателя).
2. Вывести диск из положения равновесия, повернув на угол $\alpha \approx 180^\circ$, и отпустить.
3. Измерить и занести в таблицу 2 время $N = 5$ полных колебаний. Измерения провести 3 раза.
4. Рассчитать среднее время колебаний $\langle t \rangle$, период колебаний T

$$\langle t \rangle = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{3}, \quad T = \frac{\langle t \rangle}{N}$$

и момент инерции диска со смещенной осью вращения

$$J = \frac{DT^2}{4\pi^2}.$$

5. Рассчитать в соответствии с теоремой Штейнера теоретическое значение момента инерции

$$J_T = \frac{1}{2}mR^2 + md^2$$

и относительную погрешность

$$\delta J = \frac{|J_T - J|}{J_T} \cdot 100\% .$$

Сделать выводы.

Таблица 2

$N = 5, \quad m = 0,383 \text{ кг}, \quad R = 0,15 \text{ м}, \quad D = 0,02 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{рад}}$								
$d, \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$	$t_2, \text{ с}$	$t_3, \text{ с}$	$\langle t \rangle, \text{ с}$	$T, \text{ с}$	$J, \text{ кг} \cdot \text{м}^2$	$J_T, \text{ кг} \cdot \text{м}^2$	$\delta J, \%$

Контрольные вопросы

1. Дайте определение момента инерции материальной точки.
2. Дайте определение момента инерции твердого тела.
3. От каких факторов зависит момент инерции твёрдого тела? материальной точки?
4. Сформулируйте теорему Штейнера. Поясните ее рисунком.
5. Что такое центр масс тела?
6. Запишите формулы для моментов инерции тел правильной геометрической формы.
7. Что такое момент силы?
8. Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения.

Литература

1. Трофимова Т.И. Курс физики – М.: [Академия](#), 2013.