ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Физика»

Лабораторная работа М-31

«Исследование зависимости момента инерции от положения оси вращения»
по дисциплине

«Физика»

Авторы
Шкиль Т. В.,
Мардасова И. В.,
Беликова Т. С.,

Ростов-на-Дону, 2018

Аннотация

Указания содержат краткую теорию по разделам физики «Динамика вращательного движения» и «Механические колебания», описание рабочей установки и методику экспериментального определения ряда физических величин.

Предназначены для студентов инженерных направлений подготовки всех форм обучения, в программу учебного курса которых входит выполнение лабораторных работ по физике.

Авторы

к.ф.-м.н., доцент кафедры «Физика» Шкиль Т.В.,
к.ф.-м.н., доцент кафедры «Физика» Мардасова И.В.,
к.ф.-м.н., доцент кафедры «Физика» Беликова Т.С.

Оглавление

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА М-31 «ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ОТ ПОЛОЖЕНИЯ ОСИ ВРАЩЕНИЯ»

Цель работы: выявление зависимости момента инерции материальной точки от расстояния до оси вращения.

Оборудование: экспериментальная установка, электронный секундомер со световым барьером, металлический стержень, два цилиндра, источник питания, измерительная линейка.

Краткая теория

Момент инерции является мерой инертности тела при вращательном движении.

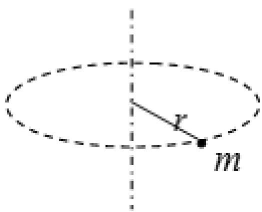

Рис. 1

Момент инерции материальной точки относительно неподвижной оси вращения равен произведению её массы на квадрат расстояния до рассматриваемой оси вращения (рис. 1):

$$J = mr^2, \quad [J] = 1 кг \cdot м^2 .$$

J зависит только от массы материальной точки и её положения относительно оси вращения и не зависит от наличия самого вращения.

Момент инерции - скалярная и аддитивная величина, поэтому момент инерции тела равен сумме моментов инерции всех его точек:

$$J = \sum_i J_i = \sum_i m_i r_i^2 .$$

Момент инерции имеет смысл только при заданном положении оси вращения. Он зависит:

1) от положения оси вращения;

2) от распределения массы тела относительно оси вращения, т.е. от формы тела и его размеров.

Если для тела известен момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс, то момент инерции относительно любой оси, параллельной первой, находится по *теореме Штейнера*: момент инерции тела относительно произвольной оси равен моменту инерции J_0 относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс тела, сложенному с произведением массы тела на квадрат расстояния между осями.

$$J = J_0 + md^2,$$

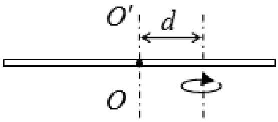

Рис. 2

где d расстояние от оси OO', проходящей через центр масс тела, до оси вращения (рис. 2).

Центр масс - воображаемая точка, положение которой характеризует распределение массы данного тела. Центр масс тела движется так же, как двигалась бы материальная точка той же массы под действием всех внешних сил, действующих на данное тело.

Для экспериментального определения моментов инерции различных тел часто используют механические колебания.

Колебаниями называются процессы, которые характеризуются определенной повторяемостью во времени, т.е. колебания - периодические изменения какой-либо величины.

Период - это время, за которое совершается одно полное колебание:

$$T = \frac{t}{N}, \quad [T] = 1c,$$

где N - число колебаний за время t.

Частота колебаний - число колебаний, совершенных за единицу времени.

$$\nu = \frac{N}{t}, \quad [\nu] = \frac{1}{c} = Гц.$$

Период и частота связаны между собой:

$$T = \frac{1}{\nu}, \quad \nu = \frac{1}{T}.$$

Циклическая или круговая частота - число колебаний, совершенных за время 2π (единиц времени):

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}, \quad [\omega] = \frac{рад}{c}.$$

Свободными или собственными называются колебания, которые совершает система около положения равновесия после того, как она какимлибо образом была выведена из состояния устойчивого равновесия и представлена самой себе.

Как только тело (или система) выводится из положения равновесия, сразу же появляется сила, стремящаяся возвратить тело обратно. Эта сила называется *возвращающей*, она всегда направлена к положению равновесия, происхождение ее различно.

Описание экспериментальной установки и методики выполнения работы

Схематическое изображение установки представлено на рисунке 3. На основании 1 закреплена вертикальная ось 2, к которой прикреплена спиральная пружина 3, конец которой соединен с держателем 4. На вращающемся валу 5 закрепляется исследуемое тело 6 с указателем 7.

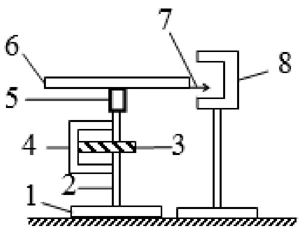

Рис. 3

Если тело повернуть на некоторый угол и затем отпустить, деформированная при этом пружина и соединенное с ней тело начинают совершать крутильные колебания. Электронный секундомер 8 определяет их период, который высвечивается на световом табло.

При закручивании спиральной пружины возникает вращающий момент сил упругости, пропорциональный углу поворота α :

$$\vec{M} = -D\vec{\alpha}, \tag{1}$$

где D - модуль кручения.

Знак «минус» обусловлен тем, что вектор углового перемещения $\vec{\alpha}$ и вектор момента силы упругости $\vec{M}$ направлены противоположно.

Согласно основному закону динамики вращательного движения

$$\vec{M} = \vec{\varepsilon} J, \tag{2}$$

где J - момент инерции тела, ε - угловое ускорение.

$$\varepsilon = \frac{d^2\alpha}{dt^2}. \tag{3}$$

Подставим (1) и (3) в выражение (2):

$$-D\alpha = \frac{d^2\alpha}{dt^2} J ,$$

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{D}{J}\alpha = 0 .$$

Обозначим $\frac{D}{J} = \omega_0{}^2$,

(4)

где ω_0 - циклическая частота собственных колебаний.

Получаем дифференциальное уравнение свободных незатухающих крутильных колебаний:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega_0{}^2\alpha = 0 .$$

Период таких колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D}} ,$$

а момент инерции исследуемого тела

$$J = \frac{DT^2}{4\pi^2} . \qquad (5)$$

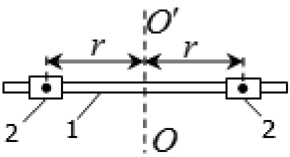

Рис. 4

Исследование проводится с использованием стержня 1 длиной l, ось вращения которого OO' проходит через его центр масс. На стержень с двух сторон помещаются два небольших одинаковых цилиндра 2, центры масс которых находятся на расстояниях r от оси вращения (рис. 4).

Цилиндры можно рассматривать как материальные точки массой m, поэтому момент инерции каждого из них:

$$J = mr^2 . \qquad (6)$$

Согласно свойству аддитивности, общий момент инерции стержня и двух цилиндров равен сумме их моментов инерции:

$$J_{об} = J_{ст} + 2J \quad \Rightarrow \quad J = \frac{J_{об} - J_{ст}}{2}. \qquad (7)$$

Для данной установки согласно теории

$$J_{об} = \frac{DT^2}{4\pi^2}. \qquad (8)$$

Порядок выполнения работы

Задание 1. *Выявление зависимости момента инерции материальной точки от расстояния до оси вращения*

1. Закрепить стержень (без цилиндров) на установке таким образом, чтобы ось вращения проходила через его центр масс, а конец стержня при колебаниях пересекал световой барьер секундомера.
2. Измерить два раза период колебаний стержня, результаты измерений T_1 и T_2 занести в первую строчку таблицы 1 (для $r = 0$) и найти среднее значение периода колебаний:

$$\langle T \rangle = \frac{T_1 + T_2}{2}. \qquad (9)$$

3. Используя значение $\langle T \rangle$, по формуле (8) найти момент инерции стержня:

$$J_{ст} = J_{об}(r = 0) = \frac{D\langle T \rangle^2}{4\pi^2}.$$

4. Закрепить на стержне два цилиндра (см. рис. 4) на расстоянии $r = 0{,}04\ м$ от оси вращения.
5. Измерить два раза период колебаний и по формуле (9) рассчитать $\langle T \rangle$.
6. Вычислить значение

$$J_{об} = \frac{D\langle T \rangle^2}{4\pi^2}.$$

Таблица 1

$D = 0{,}022\dfrac{Н \cdot м}{рад}$; $m = 0{,}227\,кг$; $l = 0{,}6\,м$, $J_{ст} =$ $кг \cdot м^2$						
r, $м$	T_1, $с$	T_2, $с$	$\langle T \rangle$, $с$	$J_{об}$, $кг \cdot м^2$	J, $кг \cdot м^2$	J_T, $кг \cdot м^2$
0					-	-
0,04						
0,06						
0,08						
0,1						
0,12						
0,14						
0,16						
0,18						
0,2						

7. По формуле (7) определить момент инерции J относительно данной оси вращения.
8. Повторить пункты 4-7 для других значений r, результаты измерений и вычислений занести в таблицу 1.
9. Для каждого значения r по формуле (6) рассчитать теоретическое значение момента инерции J_T, результаты записать в таблицу 1.
10. В одних координатных осях построить графики зависимостей $J = f(r)$, $J_T = f(r)$.
11. Проанализировать полученные графики и сделать вывод.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение момента инерции материальной точки.
2. Дайте определение момента инерции твердого тела.
3. От каких факторов зависит момент инерции твёрдого тела? материальной точки?
4. Сформулируйте теорему Штейнера. Поясните ее рисунком.
5. Что такое центр масс тела?
6. Запишите формулы для моментов инерции тел правильной геометрической формы.
7. Что такое момент силы?

8. Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения.

Литература

1. Трофимова Т.И. Курс физики – М.: Академия, 2013.