ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Физика»

Лабораторная работа М-30

«Определение моментов инерции твердых тел методом крутильных колебаний»

по дисциплине

«Физика»

Авторы
Шкиль Т. В.,
Мардасова И. В.,
Беликова Т. С.,

Ростов-на-Дону, 2018

Аннотация

Указания содержат краткую теорию по разделам физики «Динамика вращательного движения» и «Механические колебания», описание рабочей установки и методику экспериментального определения ряда физических величин.

Предназначены для студентов инженерных направлений подготовки всех форм обучения, в программу учебного курса которых входит выполнение лабораторных работ по физике.

Авторы

к.ф.-м.н., доцент кафедры «Физика» Шкиль Т.В.,
к.ф.-м.н., доцент кафедры «Физика» Мардасова И.В.,
к.ф.-м.н., доцент кафедры «Физика» Беликова Т.С.

Оглавление

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА М-30 «ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ МЕТОДОМ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ»

Цель работы: определение моментов инерции твердых тел правильной геометрической формы; проверка теоремы Штейнера.

Оборудование: экспериментальная установка, электронный секундомер со световым барьером, набор исследуемых тел, источник питания.

Краткая теория

Момент инерции является мерой инертности тела при вращательном движении.

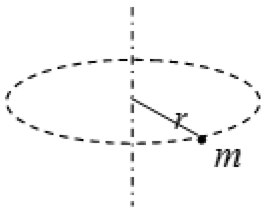

Рис. 1

Момент инерции материальной точки относительно неподвижной оси вращения равен произведению её массы на квадрат расстояния до рассматриваемой оси вращения (рис. 1):

$$J = mr^2, \quad [J] = 1 кг \cdot м^2 .$$

J зависит только от массы материальной точки и её положения относительно оси вращения и не зависит от наличия самого вращения.

Момент инерции - скалярная и аддитивная величина, поэтому момент инерции тела равен сумме моментов инерции всех его точек:

$$J = \sum_i J_i = \sum_i m_i r_i^2 .$$

Момент инерции имеет смысл только при заданном положении оси вращения. Он зависит:

1) от положения оси вращения;

2) от распределения массы тела относительно оси вращения, т.е. от формы тела и его размеров.

Если для тела известен момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс, то момент инерции относительно любой оси, параллельной первой, находится по *теореме Штейнера*: момент инерции тела относительно произвольной оси равен моменту инерции J_0 относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс тела, сложенному с произведением массы тела на квадрат расстояния между осями.

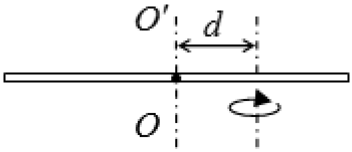

Рис. 2

$$J = J_0 + md^2,$$

где d расстояние от оси OO', проходящей через центр масс тела, до оси вращения (рис. 2).

Центр масс - воображаемая точка, положение которой характеризует распределение массы данного тела. Центр масс тела движется так же, как двигалась бы материальная точка той же массы под действием всех внешних сил, действующих на данное тело.

Для экспериментального определения моментов инерции различных тел часто используют механические колебания.

Колебаниями называются процессы, которые характеризуются определенной повторяемостью во времени, т.е. колебания - периодические изменения какой-либо величины.

Период - это время, за которое совершается одно полное колебание:

$$T = \frac{t}{N}, \quad [T] = 1c,$$

где N - число колебаний за время t.

Частота колебаний - число колебаний, совершенных за единицу времени.

$$\nu = \frac{N}{t}, \quad [\nu] = \frac{1}{c} = Гц.$$

Период и частота связаны между собой:

$$T = \frac{1}{\nu}, \quad \nu = \frac{1}{T}.$$

Циклическая или круговая частота - число колебаний, совершенных за время 2π (единиц времени):

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}, \quad [\omega] = \frac{рад}{c}.$$

Свободными или собственными называются колебания, которые совершает система около положения равновесия после того, как она какимлибо образом была выведена из состояния устойчивого равновесия и представлена самой себе.

Как только тело (или система) выводится из положения равновесия, сразу же появляется сила, стремящаяся возвратить тело обратно. Эта сила называется *возвращающей*, она всегда направлена к положению равновесия, происхождение ее различно.

Описание экспериментальной установки и методики выполнения работы

Схематическое изображение установки представлено на рисунке 3. На основании 1 закреплена вертикальная ось 2, к которой прикреплена спиральная пружина 3, конец которой соединен с держателем 4. На вращающемся валу 5 закрепляется исследуемое тело 6 с указателем 7.

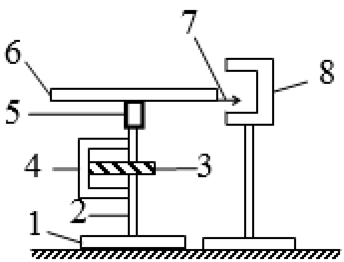

Рис. 3

Если тело повернуть на некоторый угол и затем отпустить, деформированная при этом пружина и соединенное с ней тело начинают совершать крутильные колебания. Электронный секундомер 8 определяет их период, который высвечивается на световом табло.

При закручивании спиральной пружины возникает вращающий момент сил упругости, пропорциональный углу поворота α :

$$\vec{M} = -D\vec{\alpha}\,, \tag{1}$$

где D - модуль кручения.

Знак «минус» обусловлен тем, что вектор углового перемещения $\vec{\alpha}$ и вектор момента силы упругости $\vec{M}$ направлены противоположно.
Согласно основному закону динамики вращательного движения

$$\vec{M} = \vec{\varepsilon} J\,, \tag{2}$$

где J - момент инерции тела, ε - угловое ускорение.

$$\varepsilon = \frac{d^2\alpha}{dt^2}\,. \tag{3}$$

Подставим (1) и (3) в выражение (2):

$$-D\alpha = \frac{d^2\alpha}{dt^2}J\,,$$

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{D}{J}\alpha = 0\,.$$

Обозначим

$$\frac{D}{J} = \omega_0{}^2\,, \tag{4}$$

где ω_0 - циклическая частота собственных колебаний.

Получаем дифференциальное уравнение свободных незатухающих крутильных колебаний:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega_0{}^2\alpha = 0\,.$$

Период таких колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D}}\,,$$

а момент инерции исследуемого тела

$$J = \frac{DT^2}{4\pi^2}\,. \tag{5}$$

Порядок выполнения работы

Задание 1. *Определение момента инерции твердого тела*

1. Закрепить тело правильной формы (по заданию преподавателя) на оси вращения и записать в таблицу 1 значения m и R.
2. Установить для секундомера режим работы, соответствующий пиктограмме , при котором секундомер измеряет период колебаний T, и подключить его к сети. Секундомер включается нажатием кнопки.
3. Вывести тело из положения равновесия, повернув его на угол $\alpha \approx 90^0$, и измерить период колебаний тела. Измерения повто-

рить 5 раз, данные внести в таблицу 1.

4. Определить для каждого значения T момент инерции тела по формуле (5).

5. Рассчитать и занести в таблицу:

а) среднее значение момента инерции $\langle J\rangle = \dfrac{J_1 + J_2 + \ldots + J_n}{n}$;

б) абсолютные погрешности каждого измерения $\Delta J_i = \left|\langle J\rangle - J_i\right|$;

в) среднюю абсолютную погрешность результата

$$\langle \Delta J\rangle = \frac{\Delta J_1 + \Delta J_2 + \ldots + \Delta J_n}{n};$$

г) относительную погрешность $\delta J = \dfrac{\langle \Delta J\rangle}{\langle J\rangle}$.

Таблица 1

$D = 0{,}022\,\dfrac{Н \cdot м}{рад}$, $m =$ $кг$, $R =$ $м$						
№ п/п	$T, с$	$J, кг \cdot м^2$	$\Delta J, кг \cdot м^2$	δJ	$J_T, кг \cdot м^2$	δJ_T
1						
2						
3						
4						
5						
Среднее значение						

6. Рассчитать по формуле и занести в таблицу теоретическое значение момента инерции тела J_T относительно оси, проходящей через центр масс:

а) для полого цилиндра $J = mR^2$;

б) для сплошного цилиндра (диска) $J = \dfrac{1}{2} mR^2$;

в) для шара $J = \frac{2}{5} mR^2$;

г) для стержня $J = \frac{1}{12} ml^2$.

7. Сравнить экспериментально полученное значение $\langle J \rangle$ с J_T:

$$\delta J_T = \frac{\left| J_T - \langle J \rangle \right|}{J_T}.$$

8. Окончательный результат измерения представить в виде: $J = \langle J \rangle \pm \langle \Delta J \rangle$.

Задание 2. *Проверка теоремы Штейнера*

1. Закрепить стержень таким образом, чтобы ось вращения OO' проходила через центр масс стержня.
2. Установить для секундомера режим работы, при котором он измеряет период колебаний T. Секундомер включается нажатием кнопки.
3. Повернуть стержень на угол $\alpha \approx 90^0$ и измерить его период колебаний. Измерения повторить два раза, данные T_1 и T_2 занести в таблицу 2.
4. Сместить стержень относительно оси OO' на расстояние $d = 0{,}04\ м$ и дважды измерить период его колебаний относительно новой оси вращения, данные занести в таблицу 2.
5. Повторить п.4 для других значений d.
6. Для каждого значения d рассчитать среднее значение периода колебаний стержня: $\langle T \rangle = \frac{T_1 + T_2}{2}$.
7. Используя значения $\langle T \rangle$, по формуле (5) определить моменты инерции

$$J = \frac{D\langle T\rangle^2}{4\pi^2}.$$

8. Рассчитать величины $J - J_0$, где J_0 соответствует $d = 0$.
9. Построить график зависимости $(J - J_0) = f(d)$. Согласно теореме Штейнера $J = J_0 + md^2 \quad \Rightarrow \quad J - J_0 = md^2$, поэтому построенный график должен представлять собой параболу. Сделать выводы.

Таблица 2

$D = 0{,}022\dfrac{Н \cdot м}{рад}$; $m = 0{,}129\,кг$; $l = 0{,}6\,м$; $J_0 =$ $\qquad$ $кг \cdot м^2$						
№	$d, м$	$T_1, с$	$T_2, с$	$\langle T\rangle, с$	$J, кг \cdot м^2$	$J - J_0, кг \cdot м^2$
1	0					
2	0,04					
3	0,08					
4	0,12					
5	0,16					
6	0,2					

Контрольные вопросы

1. Дайте определение момента инерции материальной точки.
2. Дайте определение момента инерции твердого тела.
3. От каких факторов зависит момент инерции твёрдого тела? материальной точки?
4. Сформулируйте теорему Штейнера. Поясните ее рисунком.
5. Что такое центр масс тела?
6. Запишите формулы для моментов инерции тел правильной геометрической формы.
7. Что такое момент силы?
8. Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения.

Литература

1. Трофимова Т.И. Курс физики – М.: Академия, 2013.