ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Физика»

Лабораторная работа М-29

«Определение ускорения свободного падения с помощью математического маятника Phywe»

по дисциплине

«Физика»

Авторы
Шкиль Т. В.,
Мардасова И. В.,
Беликова Т. С.,

Ростов-на-Дону, 2018

Аннотация

Указания содержат краткую теорию по разделам физики «Механические колебания» и «Динамика вращательного движения», описание рабочей установки и методику экспериментального определения ряда физических величин.

Предназначены для студентов инженерных направлений подготовки всех форм обучения, в программу учебного курса которых входит выполнение лабораторных работ по физике.

Авторы

к.ф.-м.н., доцент кафедры «Физика» Шкиль Т.В.,

к.ф.-м.н., доцент кафедры «Физика» Мардасова И.В.,

к.ф.-м.н., доцент кафедры «Физика» Беликова Т.С.

Оглавление

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА М-29 «ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА PHYWE»

Цель работы: изучение механических колебаний на примере математического маятника; определение ускорения свободного падения и момента инерции математического маятника.

Оборудование: экспериментальная установка, электронный секундомер со световым барьером, блок питания.

Краткая теория

Колебаниями называются процессы, которые характеризуются определенной повторяемостью во времени, т.е. колебания - периодические изменения какой-либо величины.

Период - это время, за которое совершается одно полное колебание:

$$T = \frac{t}{N}, \quad [T] = 1c,$$

где N - число колебаний за время t.

Частота колебаний - число колебаний, совершенных за единицу времени.

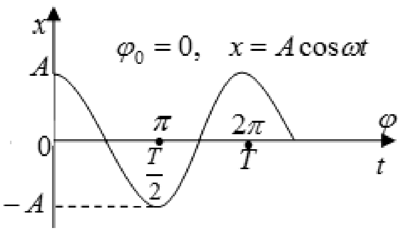

Рис.1

$$\nu = \frac{N}{t}, \quad [\nu] = \frac{1}{c} = Гц.$$

Период и частота связаны между собой:

$$T = \frac{1}{\nu}, \quad \nu = \frac{1}{T}.$$

Циклическая или круговая частота - число колебаний, совершенных за время 2π (единиц времени):

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}, \quad [\omega] = \frac{рад}{c}.$$

Простейшим типом колебаний являются *гармонические колебания*, при которых изменение величины происходит по закону синуса или косинуса (рис.1):

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0),$$

где x - значение изменяющейся величины;

$A = x_{\max}$ - амплитуда колебаний, максимальное значение изменяющейся величины;

$\varphi = \omega t + \varphi_0$ - фаза колебаний в момент времени t (угловая мера времени);

φ_0 - начальная фаза, определяет значение x в начальный момент времени при $t = 0$, $[\varphi] = 1\text{рад}$.

Колебательная система, совершающая гармонические колебания, называется *гармоническим осциллятором*.

Свободными или собственными называются колебания, которые совершает система около положения равновесия после того, как она каким-либо образом была выведена из состояния устойчивого равновесия и представлена самой себе.

Как только тело (или система) выводится из положения равновесия, сразу же появляется сила, стремящаяся возвратить тело обратно. Эта сила называется *возвращающей*, она всегда направлена к положению равновесия, происхождение ее различно:

а) для пружинного маятника - сила упругости;

б) для физического и математического маятников - составляющая силы тяжести.

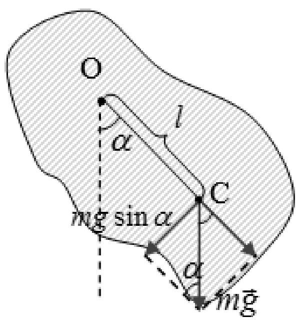

Рис. 2

Если в системе отсутствуют силы трения, колебания продолжаются бесконечно долго с постоянной амплитудой и называются собственными незатухающими колебаниями.

Физическим маятником называют твердое тело, совершающее колебания под действием силы тяжести вокруг неподвижной горизонтальной оси, проходящей через точку О, не совпадающую с центром масс С. На рисунке 2 ось перпендикулярна плоскости чертежа, а маятник отклонен от положения равновесия на некоторый угол α. В соответствии с уравнением динамики вращательного движения твердого тела суммарный момент $\vec{M}$ действующих на тело сил равен произведению углового ускорения $\vec{\varepsilon}$ на момент инерции тела относительно той же оси вращения:

$$\vec{M} = \vec{\varepsilon} J \qquad (1)$$

В этом случае $$\varepsilon = \frac{d^2\alpha}{dt^2}, \qquad (2)$$

а возвращающая сила – составляющая силы тяжести $mg\sin\alpha$, поэтому

$$M = -mg\sin\alpha \cdot l \approx -mgl\alpha, \qquad (3)$$

где l - плечо силы, расстояние между точкой О и центром масс С; $\sin\alpha \approx \alpha$ при малых углах α. Знак «минус» обусловлен тем, что вектор момента силы тяжести и угловое перемещение α направлены противоположно.

Используя соотношения (2) и (3), уравнение (1) можно записать в виде

$$-mgl\alpha = \frac{d^2\alpha}{dt^2}J, \text{ или } \quad \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mgl}{J}\alpha = 0. \qquad (4)$$

Обозначим $\frac{mgl}{J} = \omega_0^2$, где ω_0 - циклическая частота собственных колебаний. Уравнение (4) принимает вид

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega_0{}^2\alpha = 0$$

и называется *дифференциальным уравнением свободных незатухающих колебаний физического маятника.*

Его решением является выражение

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где α_0 - амплитуда колебаний, т.е. наибольший угол, на который отклоняется маятник от положения равновесия, а период колебаний физического маятника определяется формулой

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}}. \qquad (5)$$

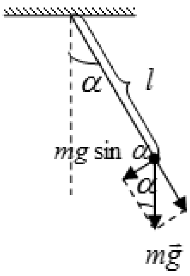

Рис.3

Математический маятник - материальная точка, подвешенная на невесомой нерастяжимой нити (рис.3).

Математический маятник является частным случаем физического маятника в предположении, что вся масса сосредоточена в одной точке – центре масс (например, тяжелый шарик на тонкой длинной нити).

Момент инерции математического маятника $J = ml^2$, а период колебаний определятся формулой Гюйгенса

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{ml^2}{mgl}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \ . \qquad (6)$$

Механические колебания часто используют для экспериментального определения моментов инерции различных тел.

Момент инерции является мерой инертности тела при вращательном движении.

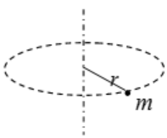

Рис. 4

Момент инерции материальной точки относительно неподвижной оси вращения равен произведению её массы на квадрат расстояния до рассматриваемой оси вращения (рис.4):

$$J = mr^2, \quad [J] = 1 кг \cdot м^2 .$$

J зависит только от массы материальной точки и её положения относительно оси вращения и не зависит от наличия самого вращения.

Момент инерции - скалярная и аддитивная величина, поэтому момент инерции тела равен сумме моментов инерции всех его точек:

$$J = \sum_i J_i = \sum_i m_i r_i^2 .$$

Момент инерции имеет смысл только при заданном положении оси вращения. Он зависит:

1) от положения оси вращения;

2) от распределения массы тела относительно оси вращения, т.е. от формы тела и его размеров.

Описание экспериментальной установки и методики выполнения работы

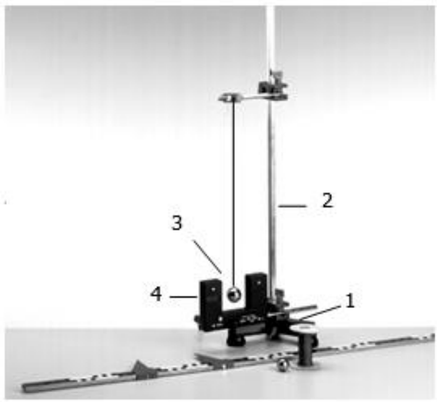

Рис. 5

Изображение установки представлено на рисунке 5. На основании 1 закреплена вертикальная стойка 2, к которой прикреплен математический маятник 3. Электронный секундомер 4 измеряет период колебаний, который высвечиваентся на световом табло. Секундомер подключается к блюку питания.

Из формулы Гюйгенса $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ легко получить выражение для экспериментального определения ускорения свободного падения:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}. \qquad (7)$$

Поскольку математический маятник является частным случаем физического маятника, период его колебаний может быть выражен формулой

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}}, \qquad \Rightarrow \qquad J = \frac{mglT^2}{4\pi^2}. \qquad (8)$$

При расчетах по формулам (7) и (8) следует учитывать, что

$$l = l_1 + r,$$

где l_1 - длина нити, r - радиус шарика.

Порядок выполнения работы

1. С помощью линейки определить длину нити l_1.
2. Записать в таблицу 1 значения l_1 и $l = l_1 + r$.
3. Подключить к сети блок питания секундомера; на передней панели должны быть активированы указатели «Timer», « », «Digits». Секундомер включается нажатием кнопки «Start», выключается нажатием кнопки «Stop».
4. Отклонить маятник от положения равновесия на небольшой угол (5^0-10^0) и отпустить. С помощью секундомера определить период колебания маятника. Измерение периода T выполнить 5 раз, данные занести в таблицу 1.
5. Выключить установку.

Таблица 1

$m = 0{,}132$ *кг*, $l_1 =$ *м*, $r = 0{,}016$ *м*, $l =$ *м*				
№	T, c	$g, м/c^2$	$\Delta g, м/c^2$	$\delta g, \%$
1				X
2				X
3				X
4				X
5				X
Среднее значение				

Задание 1. *Определение ускорения свободного падения*

1. Для каждого опыта по формуле (7) рассчитать ускорение свободного падения.
2. Рассчитать и занести в таблицу 1:

а) среднее значение ускорения свободного падения $\langle g \rangle = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} g_i$;

б) абсолютную погрешность каждого измерения $\Delta g_i = \left| \langle g \rangle - g_i \right|$;

в) среднюю абсолютную погрешность $\langle \Delta g \rangle = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} \Delta g_i$;

г) относительную погрешность $\delta g = \dfrac{\langle \Delta g \rangle}{\langle g \rangle} \cdot 100\%$.

3. Записать окончательный результат в виде: $g = \langle g \rangle \pm \langle \Delta g \rangle$.

4. Сравнить экспериментально полученное значение $\langle g \rangle$ с $g = 9{,}8\ м/с^2$:

$$\delta g_{эксп} = \frac{\left| g - \langle g \rangle \right|}{g} \cdot 100\%.$$

Задание 2. *Определение момента инерции маятника*

1. Рассчитать среднее значение периода колебаний:

$$\langle T \rangle = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^{5} T_i \,.$$

2. Используя средние значения $\langle g \rangle$ и $\langle T \rangle$, по формуле (8) определить момент инерции маятника:

$$J = \frac{m \langle g \rangle l \langle T \rangle^2}{4\pi^2}.$$

3. Рассчитать теоретически значение момента инерции маятника:

$$J_T = ml^2.$$

4. Сравнить экспериментально полученное значение J с J_T:

$$\delta J = \frac{\left| J_T - J \right|}{J_T} \cdot 100\%.$$

Сделать выводы.

Контрольные вопросы

1. Что такое колебания?
2. Какие колебания называются свободными или собственными?
3. Какие колебания называются собственными незатухающими?
4. Какие колебания называются гармоническими?
5. Дайте определение и запишите формулу для периода, частоты и циклической частоты колебаний. В каких единицах измеряются эти

величины?
6. Что представляет собой амплитуда колебаний?
7. Что называется математическим маятником?
8. Запишите формулу Гюйгенса, определяющую период колебаний математического маятника.

Литература

1. Трофимова Т.И. Курс физики – М.: Академия, 2013.