



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ  
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Физика»

## **Лабораторная работа М-28**

«Определение ускорения свободного  
падения с помощью математического  
маятника»  
по дисциплине

**«Физика»**

Авторы  
Шкиль Т. В.,  
Мардасова И. В.,  
Беликова Т. С.,

Ростов-на-Дону, 2018

## Аннотация

Указания содержат краткую теорию по разделам физики «Механические колебания» и «Динамика вращательного движения», описание рабочей установки и методику экспериментального определения ряда физических величин.

Предназначены для студентов инженерных направлений подготовки всех форм обучения, в программу учебного курса которых входит выполнение лабораторных работ по физике.

## Авторы

к.ф.-м.н., доцент кафедры «Физика»

Шкиль Т.В.,

к.ф.-м.н., доцент кафедры «Физика»

Мардасова И.В.,

к.ф.-м.н., доцент кафедры «Физика»

Беликова Т.С.



## Оглавление

### **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА М-28 «ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА» .....4**

Краткая теория.....	4
Описание экспериментальной установки и методики выполнения работы .....	8
Порядок выполнения работы.....	8
Контрольные вопросы .....	10
Литература .....	11

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА М-28 «ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА»

**Цель работы:** изучение механических колебаний на примере математического маятника; определение ускорения свободного падения и момента инерции математического маятника.

**Оборудование:** экспериментальная установка с электронным секундомером.

### Краткая теория

*Колебаниями* называются процессы, которые характеризуются определенной повторяемостью во времени, т.е. колебания - периодические изменения какой-либо величины.

*Период* - это время, за которое совершается одно полное колебание:

$$T = \frac{t}{N}, \quad [T] = 1c,$$

где  $N$  - число колебаний за время  $t$ .

*Частота колебаний* - число колебаний, совершенных за единицу времени.

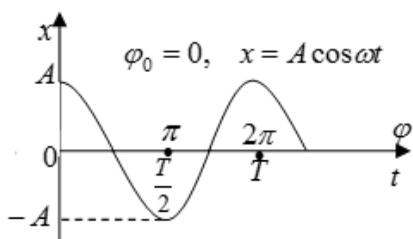


Рис.1

$$\nu = \frac{N}{t}, \quad [\nu] = \frac{1}{c} = Гц.$$

Период и частота связаны между собой:

$$T = \frac{1}{\nu}, \quad \nu = \frac{1}{T}.$$

Циклическая или круговая частота - число колебаний, со-

вершенных за время  $2\pi$  (единиц времени):

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}, \quad [\omega] = \frac{рад}{c}.$$

Простейшим типом колебаний являются *гармонические колебания*, при которых изменение величины происходит по закону синуса или косинуса (рис.1):

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0),$$

где  $x$  - значение изменяющейся величины;

$A = x_{\max}$  - амплитуда колебаний, максимальное значение изменяющейся величины;

$\varphi = \omega t + \varphi_0$  - фаза колебаний в момент времени  $t$  (угловая мера времени);

$\varphi_0$  - начальная фаза, определяет значение  $x$  в начальный момент времени при  $t = 0, [\varphi] = 1 \text{ рад}$ .

Колебательная система, совершающая гармонические колебания, называется *гармоническим осциллятором*.

*Свободными или собственными* называются колебания, которые совершает система около положения равновесия после того, как она каким-либо образом была выведена из состояния устойчивого равновесия и представлена самой себе.

Как только тело (или система) выводится из положения равновесия, сразу же появляется сила, стремящаяся вернуть тело обратно. Эта сила называется *возвращающей*, она всегда направлена к положению равновесия, происхождение ее различно:

- а) для пружинного маятника - сила упругости;
- б) для физического и математического маятников - составляющая силы тяжести.

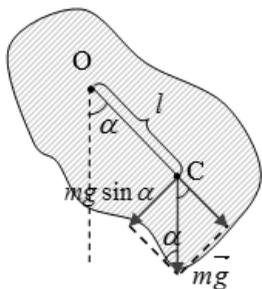


Рис. 2

Если в системе отсутствуют силы трения, колебания продолжаются бесконечно долго с постоянной амплитудой и называются *собственными незатухающими колебаниями*.

*Физическим маятником* называют твердое тело, совершающее колебания под действием силы тяжести вокруг неподвижной горизонтальной оси, проходящей через точку  $O$ , не совпадающую с центром масс  $C$ . На рисунке 2 ось перпендикулярна плоскости чертежа, а маятник отклонен от положения равновесия на некоторый угол  $\alpha$ .

В соответствии с уравнением динамики вращательного движения

твердого тела суммарный момент  $\vec{M}$  действующих на тело сил равен произведению углового ускорения  $\vec{\varepsilon}$  на момент инерции тела относительно той же оси вращения:

$$\vec{M} = \vec{\varepsilon} J \quad (1)$$

В этом случае  $\varepsilon = \frac{d^2\alpha}{dt^2}$ , (2)

а возвращающая сила – составляющая силы тяжести  $mg \sin \alpha$ , поэтому

$$M = -mg \sin \alpha \cdot l \approx -mgl\alpha, \quad (3)$$

где  $l$  - плечо силы, расстояние между точкой  $O$  и центром масс  $C$ ;  $\sin \alpha \approx \alpha$  при малых углах  $\alpha$ . Знак «минус» обусловлен тем, что вектор момента силы тяжести и угловое перемещение  $\alpha$  направлены противоположно.

Используя соотношения (2) и (3), уравнение (1) можно записать в виде

$$-mgl\alpha = \frac{d^2\alpha}{dt^2} J, \text{ или } \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mgl}{J} \alpha = 0. \quad (4)$$

Обозначим  $\frac{mgl}{J} = \omega_0^2$ , где  $\omega_0$  - циклическая частота собственных колебаний. Уравнение (4) принимает вид

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega_0^2 \alpha = 0$$

и называется *дифференциальным уравнением свободных незатухающих колебаний физического маятника*.

Его решением является выражение

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где  $\alpha_0$  - амплитуда колебаний, т.е. наибольший угол, на который отклоняется маятник от положения равновесия, а период колебаний физического маятника определяется формулой

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}. \quad (5)$$

*Математический маятник* – материальная точка, подвешенная на

невесомой нерастяжимой нити (рис. 3).

Математический маятник является частным случаем физического маятника в предположении, что вся масса сосредоточена в одной точке – центре масс (например, тяжелый шарик на тонкой длинной нити).

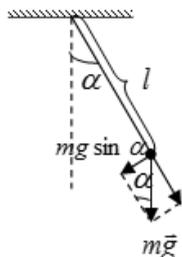


Рис.3

Момент инерции математического маятника  $J = ml^2$ , а период колебаний определяется формулой Гюйгенса

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{ml^2}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (6)$$

Механические колебания часто используют для экспериментального определения моментов инерции различных тел.

Момент инерции является мерой инертности тела при вращательном движении.

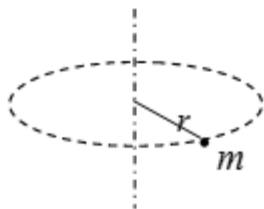


Рис. 4

Момент инерции материальной точки относительно неподвижной оси вращения равен произведению её массы на квадрат расстояния до рассматриваемой оси вращения (рис. 4):

$$J = mr^2, \quad [J] = \text{кг} \cdot \text{м}^2.$$

$J$  зависит только от массы материальной точки и её положения относительно оси вращения и не зависит от наличия самого вращения.

Момент инерции – скалярная и аддитивная величина, поэтому момент инерции тела равен сумме моментов инерции всех его точек:

$$J = \sum_i J_i = \sum_i m_i r_i^2.$$

Момент инерции имеет смысл только при заданном положении оси вращения. Он зависит:

- 1) от положения оси вращения;
- 2) от распределения массы тела относительно оси вращения, т.е. от формы тела и его размеров.

## Описание экспериментальной установки и методики выполнения работы

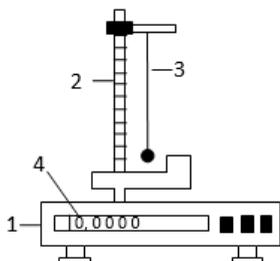


Рис. 5

Схематическое изображение установки представлено на рисунке 5. На основании 1 закреплена вертикальная стойка 2, к которой прикреплен математический маятник 3. Электронный секундомер 4 измеряет время  $N$  колебаний, что позволяет определить их период

$$T = \frac{t}{N}. \quad (7)$$

Из формулы Гюйгенса  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$  легко получить выражение для экспериментального определения ускорения свободного падения:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}. \quad (8)$$

Поскольку математический маятник является частным случаем физического маятника, период его колебаний может быть выражен формулой

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}, \quad \Rightarrow \quad J = \frac{mgIT^2}{4\pi^2}. \quad (9)$$

### Порядок выполнения работы

1. По шкале, нанесенной на вертикальной стойке установки, определить длину нити  $l$ .
2. Записать в таблицу 1 значения  $l$  и массы шарика  $m$ .
3. Подключить установку к сети, нажать на установке кнопку «сеть».
4. Установить в окошке секундомера «ноль» при помощи кнопки «сброс».
5. Отклонить маятник от положения равновесия на небольшой угол ( $5^\circ$ - $10^\circ$ ) и отпустить, нажав после этого кнопку «пуск».

6. Измерить и занести в таблицу 1 время  $t$  для  $N = 10$  полных колебаний. Для этого нажать кнопку «стоп» в тот момент, когда в окошке, где идет отсчет колебаний, высветится цифра 9.
7. Нажать кнопку «сброс».
8. Повторить пункты 6 и 7 еще 4 раза.
9. Выключить установку.
10. Для каждого опыта определить период колебаний по формуле (7).

**Таблица 1**

$N = 10, \quad m = \quad \text{кг}, \quad l = \quad \text{м}$					
№	$t, \text{с}$	$T, \text{с}$	$g, \text{м/с}^2$	$\Delta g, \text{м/с}^2$	$\delta g, \%$
1					X
2					
3					
4					
5					
Среднее значение					

**Задание 1.** *Определение ускорения свободного падения*

1. Для каждого опыта по формуле (8) рассчитать ускорение свободного падения.
2. Рассчитать и занести в таблицу 1:

а) среднее значение ускорения свободного падения  $\langle g \rangle = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 g_i$ ;

б) абсолютную погрешность каждого измерения  $\Delta g_i = |\langle g \rangle - g_i|$ ;

в) среднюю абсолютную погрешность  $\langle \Delta g \rangle = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 \Delta g_i$ ;

г) относительную погрешность  $\delta g = \frac{\langle \Delta g \rangle}{\langle g \rangle} \cdot 100\%$ .

3. Записать окончательный результат в виде:  $g = \langle g \rangle \pm \langle \Delta g \rangle$ .

4. Сравнить экспериментально полученное значение  $\langle g \rangle$  с

$$g = 9,8 \text{ м/с}^2 :$$

$$\delta g_{\text{эксп}} = \frac{|g - \langle g \rangle|}{g} \cdot 100\%.$$

**Задание 2.** *Определение момента инерции маятника*

1. Рассчитать среднее значение периода колебаний:

$$\langle T \rangle = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 T_i .$$

2. Используя средние значения  $\langle g \rangle$  и  $\langle T \rangle$ , по формуле (9) определить момент инерции маятника:

$$J = \frac{m \langle g \rangle l \langle T \rangle^2}{4\pi^2} .$$

3. Рассчитать теоретически значение момента инерции маятника:

$$J_T = ml^2 .$$

4. Сравнить экспериментально полученное значение  $J$  с  $J_T$  :

$$\delta J = \frac{|J_T - J|}{J_T} \cdot 100\% .$$

Сделать выводы.

### Контрольные вопросы

1. Что такое колебания?
2. Какие колебания называются свободными или собственными?
3. Какие колебания называются собственными незатухающими?
4. Какие колебания называются гармоническими?
5. Дайте определение и запишите формулу для периода, частоты и циклической частоты колебаний. В каких единицах измеряются эти величины?
6. Что представляет собой амплитуда колебаний?

Физика

7. Что называется математическим маятником?
8. Запишите формулу Гюйгенса, определяющую период колебаний математического маятника.

**Литература**

1. Трофимова Т.И. Курс физики – М.: [Академия](#), 2013.