



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ  
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Физика»

**Лабораторный практикум**  
«Определение момента инерции  
баллистического маятника»  
по дисциплине

**«Физика»**

Авторы  
Шкиль Т.В.,  
Мардасова И.В.,  
Беликова Т.С.

Ростов-на-Дону, 2018

## Аннотация

Указания содержат краткую теорию по теме «Динамика твердого тела»; описание лабораторной установки и методику определения момента инерции баллистического маятника.

Методические указания предназначены для студентов инженерных специальностей всех форм обучения, в программу учебного курса которых входит выполнение лабораторных работ по физике.

## Авторы

к.ф.-м.н., доцент кафедры «Физика»

Шкиль Т. В.,

к.ф.-м.н., доцент кафедры «Физика»

Мардасова И. В.,

к.ф.-м.н., доцент кафедры «Физика»

Беликова Т. С.





## Оглавление

<b>ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА М-7 .....</b>	<b>4</b>
Определение момента инерции баллистического маятника .....	4
<b>Список литературы .....</b>	<b>9</b>

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА М-7

### Определение момента инерции баллистического маятника

**Цель работы:** изучение законов сохранения энергии и момента импульса и применение этих законов для определения момента инерции маятника.

**Оборудование:** баллистический маятник, стальные шарики, приставка для измерения скорости, источник питания.

#### Краткая теория

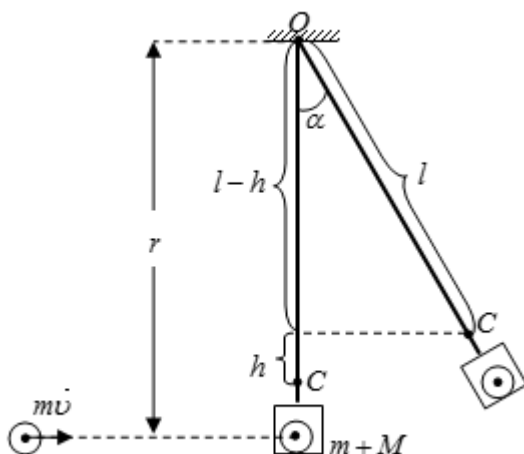


Рис. 1

Идея метода, реализуемого в данной работе, заключается в следующем. Вылетевший из пускового устройства с начальной скоростью  $v$  стальной шарик массой  $m$  испытывает абсолютно неупругий удар с баллистическим маятником массой  $M$ , внутри которого имеется полость для размещения шарика. После попадания шарика маятник отклоняется на некоторый угол  $\alpha$ .

Согласно закону сохранения момента импульса, суммарный момент импульса замкнутой системы есть величина постоянная, т.е. момент импульса шарика  $mvr$  равен моменту импульса маятника с шариком  $J\omega$ ,

$$mvr = J\omega \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{mvr}{J}, \quad (1)$$

где  $\omega$  – угловая скорость маятника сразу после попадания в него шарика;  $r$  – расстояние от оси вращения (точки подвеса

О) до прямой, вдоль которой движется шарик (рис. 1);  $J$  - момент инерции системы относительно оси, проходящей через точку подвеса О.

В соответствии с законом сохранения механической энергии, кинетическая энергия вращательного движения маятника с шариком  $W_k = \frac{J\omega^2}{2}$  перейдет в его потенциальную энергию

$W_p = (m + M)gh$  в высшей точке траектории,

$$\frac{J\omega^2}{2} = (m + M)gh, \quad (2)$$

где  $h$  – высота подъема центра масс  $C$  маятника с шариком,  $g = 9,8 \frac{M}{c^2}$  – ускорение свободного падения.

Величину  $h$  легко найти из геометрических соотношений.

$$\cos \alpha = \frac{l-h}{l} \quad \Rightarrow \quad h = l(1 - \cos \alpha), \quad (3)$$

где  $l$  – расстояние от точки подвеса О до центра масс маятника с шариком,  $\alpha$  – угол максимального отклонения маятника.

Подставив в равенство (2) формулы (1) и (3), получим формулу для расчета момента инерции  $J$  маятника с шариком по известной скорости шарика:

$$J = \frac{m^2 v^2 r^2}{2gl(M + m)(1 - \cos \alpha)}. \quad (4)$$

Поскольку момент инерции – аддитивная величина, момент инерции маятника с шариком  $J$  равен сумме моментов инерции маятника  $J_M$  и шарика  $J_u$  относительно оси вращения маятника,

$$J = J_M + J_u. \quad (5)$$

В соответствии с теоремой Штейнера

$$J_u = \frac{2}{5} mR^2 + mr^2 = m(0,4R^2 + r^2), \quad (6)$$

где  $R$  – радиус шарика,  $r$  – расстояние от оси вращения до центра масс шарика.

С учетом формул (5) и (6)

$$J_M = J - m(0,4R^2 + r^2). \quad (7)$$

### Описание экспериментальной установки

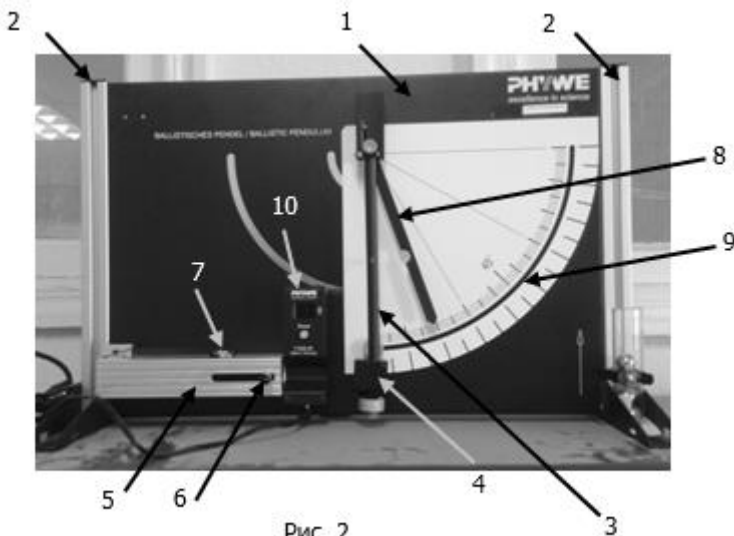


Рис. 2

Установка (рис. 2) состоит из металлической пластины (1), установленной вертикально на столе с помощью опор (2), к которой прикреплены все остальные элементы: баллистический маятник, представляющий собой стержень (3) с насадкой (4) на конце, внутри которой имеется полость, куда попадает металлический шарик, вылетевший из спускового устройства (5). Пружину, которая находится внутри спускового устройства, можно сжать и зафиксировать в трех различных положениях с помощью рукоятки (6). Устройство снабжено магнитом, который удерживает шарик до выстрела, и приводится в действие поднятием спускового рычага (7). Угол  $\alpha$  максимального отклонения маятника от положения равновесия определяется с помощью подвижной стрелки (8) по угловой шкале (9). Для прямого измерения скорости используется цифровой измеритель скорости (10) с двумя фотоэлементами, который подключается к сети.

#### Порядок выполнения работы

1. Записать в табл.1 значения  $m$ ,  $M$ ,  $l$ ,  $R$  и  $r$ . Для данной установки  $M = 0,126 \text{ кг}$ ,  $l = 0,165 \text{ м}$ ,  $r = 0,24 \text{ м}$ ,  $R = 0,0095 \text{ м}$ , значение  $m$  указано на шарике.

2. Включить в сеть цифровой измеритель скорости и нажатием кнопки на его лицевой панели обнулить показания.

3. Вставить шарик в отверстие спускового устройства и прикрепить его к центру магнита.

4. С помощью рукоятки (6) сжать пружину спускового устройства и зафиксировать ее в первом положении.
5. Установить конец подвижной стрелки на нуль отсчета угловой шкалы.
6. Потянув за спусковой рычаг, произвести выстрел.
7. Записать в табл.1 значения угла максимального отклонения маятника  $\alpha$  и скорости шарика  $v$ .
8. Повторить п. 3-7 еще два раза.
9. Вернуть установку в исходное состояние.

**Таблица 1**

$m =$ кг, $M = 0,126$ кг, $l = 0,165$ м, $r = 0,24$ м, $R = 0,0095$ м							
№	$\alpha$ , град	$\cos \alpha$	$v$ , м/с	$J$ , кг·м <sup>2</sup>	$J_M$ , кг·м <sup>2</sup>	$\Delta J_M$ , кг·м <sup>2</sup>	$\delta J_M$ , %
1							X
2							
3							
Среднее значение							

**Задание 1.** Определение момента инерции  $J_M$  маятника.

1. Используя данные табл.1, по формулам (4) и (7) рассчитать значения моментов инерции  $J$  и  $J_M$ .
2. Рассчитать и занести в табл.1 значения

$$\langle J_M \rangle = \frac{J_{M1} + J_{M2} + J_{M3}}{3}, \quad \Delta J_M = |\langle J_M \rangle - J|,$$

$$\langle \Delta J_M \rangle = \frac{\Delta J_{M1} + \Delta J_{M2} + \Delta J_{M3}}{3}, \quad \delta J_M = \frac{\langle \Delta J_M \rangle}{\langle J_M \rangle} \cdot 100\%.$$

3. Записать окончательный результат в виде:

$$J_M = \langle J_M \rangle \pm \langle \Delta J_M \rangle.$$

**Задание 2.** Определение момента инерции  $J_M$  маятника при различных скоростях шарика.

1. Для трех различных положений рукоятки (6) измерить значения скорости  $v$  и угла  $\alpha$ ; данные занести в табл.2.

**Таблица 2**

$m =$ кг, $M = 0,126$ кг, $l = 0,165$ м, $r = 0,24$ м, $R = 0,0095$ м							
Положение рукоятки	$\alpha$ , град	$\cos \alpha$	$\sin \frac{\alpha}{2}$	$v$ , м/с	$J_M$ , кг·м <sup>2</sup>	$\Delta J_M$	$\Delta J_M$ , кг·м <sup>2</sup>
1							X
2							
3							
Среднее значение							

2. Используя данные табл.2 и формулы (4), (7), рассчитать значения момента инерции маятника  $J_M$  :

$$J_M = \frac{m^2 v^2 r^2}{2gl(M+m)(1-\cos \alpha)} - m(0,4R^2 + r^2).$$

3. Выполнить п. 2 и 3 задания 1 для табл.2.

**Задание 3.** Построить график, отражающий связь угла отклонения  $\alpha$  со скоростью шарика  $v$ .

Выразим значение скорости шарика из формулы (4):

$$v = \frac{1}{mr} \sqrt{2glJ(M+m)(1-\cos \alpha)} = \frac{2\sqrt{glJ(M+m)}}{mr} \cdot \sin \frac{\alpha}{2},$$

$$\text{т. к. } 1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}.$$

Следовательно,

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{mr}{2\sqrt{glJ(M+m)}} \cdot v. \quad (8)$$

Поскольку для данной установки  $m, M, r, l, J$  – постоянные величины, из формулы (8) следует, что величина  $\sin \frac{\alpha}{2}$  пропорциональна скорости шарика  $v$ .

По данным табл. 2 построить график  $\sin \frac{\alpha}{2} = f(v)$ .

### Контрольные вопросы

1. Что такое абсолютно упругий удар? абсолютно неупругий удар?
2. Какая энергия называется кинетической? потенциальной?
3. Какой формулой определяется кинетическая энергия поступательно движущегося тела? тела, совершающего вращательное движение?



4. Запишите формулы, определяющие потенциальную энергию упруго деформированного тела и тела, находящегося в поле тяготения Земли.
5. Сформулируйте закон сохранения механической энергии.
6. Какая система называется изолированной или замкнутой?
7. Что называется, моментом импульса материальной точки и твердого тела относительно неподвижной оси вращения?
8. Сформулируйте закон сохранения момента импульса.
9. Что такое момент инерции? Чему равен момент инерции материальной точки и твердого тела?
10. Запишите и сформулируйте теорему Штейнера.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Т. И. Трофимова, «Курс физики», – М: Академия, 2013 г.