



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Физика»

Методические указания
к практическим занятиям
по дисциплине
«Физика»

**«Определение положения
центра масс и момента
инерции физического
маятника при изучении его
колебаний»**

Авторы
Павлов А.Н.,
Витченко М.А.

Ростов-на-Дону, 2022

Аннотация

Указания содержат краткую теорию по теме «Определение положения центра масс и момента инерции физического маятника при изучении его колебаний», описание рабочей установки и методику эксперимента.

Предназначено для обучающихся, изучающих дисциплину «Физика» для выполнения лабораторной работы по программе курса общей физики.

Авторы

д.ф.-м.н., профессор А.Н. Павлов,
к.ф.-м.н, доцент М.А. Витченко



Оглавление

Лабораторная работа №14 Определение положения центра масс и момента инерции физического маятника при изучении его колебаний.....	4
Контрольные вопросы и тесты.....	11

Лабораторная работа №14

Определение положения центра масс и момента инерции физического маятника при изучении его колебаний

Цель работы: изучение колебательного процесса на примере физического маятника, определение положения центра масс и момента инерции физического маятника.

Приборы и принадлежности: лабораторная установка «Маятник универсальный» ФМ-13 ПС.

Краткая теория

Физический маятник – это твердое тело, ось вращения которого не проходит через центр масс. Рассмотрим свободные незатухающие гармонические колебания физического маятника под действием тангенциальной составляющей силы тяжести F_τ ($F_\tau = mg \sin \alpha$ (рис. 1), где α – отклонение физического маятника от положения равновесия).

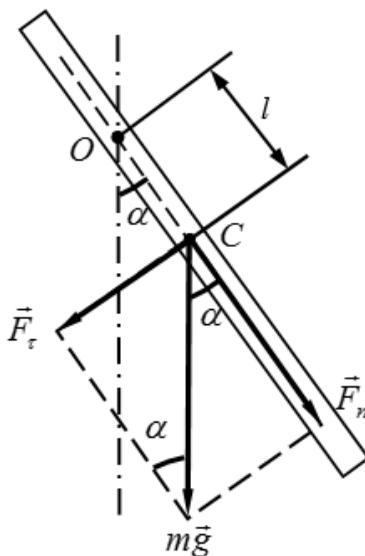


Рис. 1.

Если физический маятник массой m отклонен от положения равновесия на некоторый угол α , то момент M возвращающей силы F_τ :

$$M = F_\tau l = mg \sin \alpha, \quad (1)$$

где l – плечо силы F_τ , то есть расстояние от центра масс

(точка C) до оси маятника (рис. 1).

В случае малых колебаний физического маятника, то есть для малых углов отклонения маятника от положения равновесия $\sin \alpha \approx \alpha$ и тогда

$$M \approx mgl\alpha . \quad (2)$$

По второму закону Ньютона для вращательного движения твердого тела:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{I} . \quad (3)$$

Учитывая то, что вектора момента \vec{M} возвращающей силы \vec{F}_τ и угла поворота $\vec{\alpha}$ имеют противоположные направления, в скалярной форме выражение (3) приводится к выражению (4):

$$\ddot{\alpha} = -\frac{mgl}{I}\alpha , \quad (4)$$

где I – момент инерции маятника относительно его оси вращения.

Обозначив $\frac{mgl}{I} = \omega_0^2$, получим дифференциальное

уравнение свободных незатухающих гармонических колебаний физического маятника:

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2\alpha = 0. \quad (5)$$

Решением этого уравнения является функция $\alpha(t)$:

$$\alpha(t) = \alpha_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) , \quad (7)$$

где $\alpha(t)$ – отклонение маятника от положения равновесия в момент времени t ; α_0 – амплитуда колебаний,

ω_0 – круговая (циклическая) частота;

$(\omega_0 t + \varphi_0)$ – фаза колебания в момент времени t ,

φ_0 – начальная фаза колебаний.

Период малых колебаний физического маятника:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}} . \quad (8)$$

По теореме Штейнера момент инерции маятника равен

$$I = I_C + ml^2 , \quad (9)$$

где I_C – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через его центр масс.

Для определения I_C подвесим маятник в точках O_1 и O_2 (рис. 2) и определим периоды колебаний маятника T_1 и T_2 для этих точек подвеса.

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_C + ml_1^2}{mgl_1}} , \quad (10)$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I_C + ml_2^2}{mgl_2}} . \quad (11)$$

Здесь l_1 , l_2 – расстояния от точек подвеса до центра масс (рис.2).

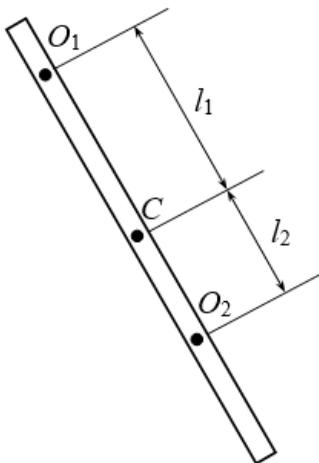


Рис. 2.

Тогда, используя экспериментальные значения T_1 и T_2 ,

можно найти значения l_1 , l_2 , определяющие положения центра масс маятника относительно точек подвеса:

$$l_1 = \frac{4\pi^2 L^2 - gLT_2^2}{8\pi^2 L - g(T_1^2 + T_2^2)}, \quad (12)$$

$$l_2 = \frac{4\pi^2 L^2 - gLT_1^2}{8\pi^2 L - g(T_1^2 + T_2^2)}, \quad (13)$$

где $L = l_1 + l_2$ – расстояние между точками подвеса O_1 и O_2 .

Используя найденные значения l_1 и l_2 , можно определить величину момента инерции маятника на каждой точке подвеса ($I_C^{(1)}$ и $I_C^{(2)}$), а также среднее значение момента инерции $\langle I_C \rangle$:

$$I_C^{(1)} = \left(\frac{gT_1^2}{4\pi} - l_1 \right) ml_1; \quad (14)$$

$$I_C^{(2)} = \left(\frac{gT_2^2}{4\pi} - l_2 \right) ml_2; \quad (15)$$

$$\langle I_C \rangle = \frac{1}{2} (I_C^{(1)} + I_C^{(2)}). \quad (16)$$

2. Устройство и принцип работы маятника универсального ФМ-13

Установка представлена на рис. 3 и включает в свой состав: основание (1), вертикальную стойку (2), математический (7) и физический (оборотный) (8) маятники, имеющие узлы подвеса на верхнем кронштейне (3), кронштейн (4) для установки фотодатчика (5). Основание (1) снабжено тремя регулируемыми опорами (6) и зажимом для фиксации вертикальной стойки (2). Вертикальная стойка (2) выполнена из металлической трубы, на которую нанесена миллиметровая шкала.

Математический маятник (7) имеет бифилярный подвес, выполненный из капроновой нити, на которой подвешен груз в виде метал-

лического шарика, и устройство для изменения длины подвеса маятника.

Физический (оборотный) маятник (8) имеет жесткий металлический стержень с рисками через каждые 10 мм для отсчета длины, две призматические опоры (9), два груза (10) с возможностью перемещения и фиксации их по всей длине стержня.

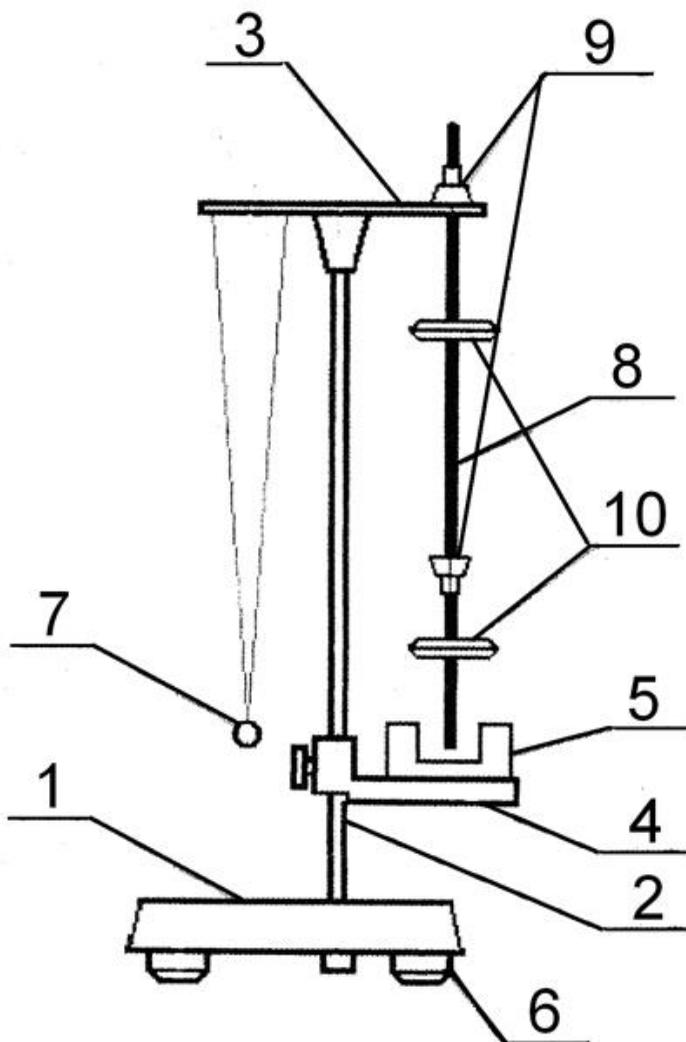


Рис. 3.

Порядок выполнения работы

1. Измерьте расстояние L между верхней и нижней опорными призмами. Внесите данные в таблицу 1.

Таблица 1

m , кг	Δm , кг	L , м	ΔL , м	N

2. Отклоняя маятник на 10 градусов, определите время двадцати ($N=20$) колебаний на верхней и нижней призмах подвеса. Опыт повторите пять раз. Внесите данные в таблицу 2.

Таблица 2

$N_{\text{оп/п}}$	t_1 , с	t_2 , с	t_3 , с	t_4 , с	t_5 , с	$\langle t \rangle$, с	T , с
1							
2							

3. Определите среднее значение времени двадцати колебаний на каждой точке подвеса по формуле (17). Внесите данные в таблицу 2.

$$\langle t \rangle = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 t_i \quad (17)$$

4. Определите экспериментальное значение периода колебаний на каждой точке подвеса по формуле (18). Внесите данные в таблицу 2.

$$T = \frac{\langle t \rangle}{N} \quad (18)$$

5. Определите расстояния от точек подвеса до центра масс h_1 и h_2 по формулам (12) и (13). Внесите данные в таблицу 3.

Таблица 3

h_1 , м	h_2 , м	$L_{\text{теор}}$, м	ΔL , м	δL

6. Определите теоретическое значение расстояния между

точками подвеса по формуле (19). Внесите данные в таблицу 3.

$$L_{\text{теор}} = l_1 + l_2 \quad (19)$$

7. Найдите ΔL – абсолютную погрешность определения местоположения центра масс по формуле (20). Внесите данные в таблицу 3.

$$\Delta L = \sqrt{(L - L_{\text{теор}})^2} \quad (20)$$

8. Найдите δL – относительную ошибку определения местоположения центра масс по формуле (21). Внесите данные в таблицу 3.

$$\delta L = \frac{\Delta L}{L_{\text{теор}}} \quad (21)$$

9. Определите величину момента инерции маятника на каждой точке подвеса ($I_C^{(1)}$ и $I_C^{(2)}$), а также среднее значение момента инерции $\langle I_C \rangle$ по формулам (14) - (16). Внесите данные в таблицу 4.

Таблица 4

$I_C^{(1)}, \text{кг} \cdot \text{м}^2$	$I_C^{(2)}, \text{кг} \cdot \text{м}^2$	$\langle I_C \rangle, \text{кг} \cdot \text{м}^2$	$\Delta I, \text{кг} \cdot \text{м}^2$	δI

10. Найдите ΔI – абсолютную погрешность измерения момента инерции маятника по формуле (22). Внесите данные в таблицу 4.

$$\Delta I = \frac{1}{2} \sqrt{\sum_{i=1}^2 (I_C^{(i)} - \langle I_C \rangle)^2} \quad (22)$$

11. Найдите δI – относительную погрешность измерения момента инерции маятника по формуле (23). Внесите данные в таблицу 4.

$$\delta I = \frac{\Delta I}{\langle I_C \rangle} \quad (23)$$

Контрольные вопросы и тесты

1. Дайте определения амплитуды, фазы, периода, частоты и циклической частоты колебаний.

2. Получите формулу для максимальной скорости колеблющейся материальной точки.

3. Получите формулу для максимального ускорения колеблющейся материальной точки.

4. Дайте определение для физического маятника.

5. Получите формулу для периода колебаний физического маятника.

Выберите правильный вариант ответа в следующих тестовых заданиях:

ЗАДАНИЕ № 1

Момент инерции однородного диска массой m и радиусом R относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости диска, равен $I = \frac{1}{2}mR^2$. Чему равен момент инерции диска относительно оси, проходящей через его край и перпендикулярной плоскости диска?

Момент инерции диска относительно оси, проходящей через его край и перпендикулярной плоскости диска?

Момент инерции диска относительно оси, проходящей через его край и перпендикулярной плоскости диска?

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

$$1) \frac{2}{5}mR^2; \quad 2) \frac{5}{2}mR^2; \quad 3) \frac{1}{2}mR^2;$$

$$4) mR^2; \quad 5) 2mR^2; \quad 6) \frac{3}{2}mR^2.$$

ЗАДАНИЕ № 2

Из жести вырезали три одинаковые детали в виде эллипса. Две детали разрезали пополам вдоль разных осей симметрии. Затем все части отодвинули друг от друга на одинаковое расстояние и расставили симметрично относительно оси OO' . Для моментов инерции относительно оси OO' справедливо соотношение...

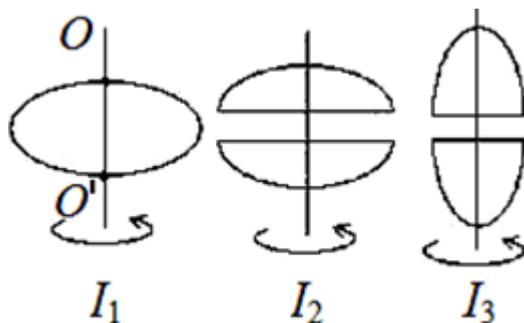
ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

$$1) I_1 < I_2 < I_3; \quad 2) I_1 < I_2 = I_3;$$

$$3) I_1 > I_2 > I_3; \quad 4) I_1 = I_2 < I_3;$$

$$5) I_1 = I_2 > I_3; \quad 6) I_1 > I_2 = I_3.$$

Физика


ЗАДАНИЕ № 3

Момент инерции однородного тела зависит от:

- А) массы тела;
 Б) формы и размеров тела;
 С) выбора оси вращения.

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

- 1) Только А ; 2) А и С ; 3) В и С ;
 4) Только В ; 5) А и В ; 6) А, В и С .

ЗАДАНИЕ № 3

Момент инерции однородного цилиндра относительно его оси симметрии после обтачивания на токарном станке, уменьшился 81 раз. В результате диаметр цилиндра уменьшился в ... раз(а).

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

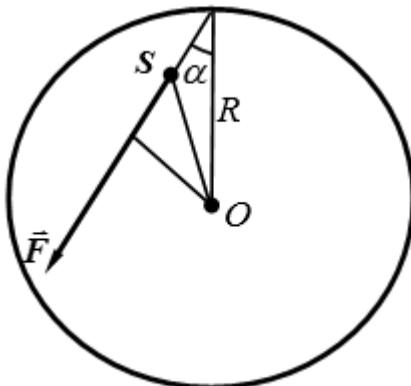
- 1) 3 ; 2) 9 ; 3) 18 ;
 4) 27 ; 5) 54 ; 6) 81 .

ЗАДАНИЕ № 4

Диск радиусом R вращается вокруг точки O под действием силы F , приложенной в точке A . Каковы направление и величина момента силы F , приложенной к диску, если задан угол α ?

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

- 1) к нам $F \cdot R \cdot \cos \alpha$;
 2) от нас $F \cdot R$;
 3) к нам $F \cdot R \cdot \sin \alpha$;
 4) от нас $F \cdot R \cdot \cos(90^\circ + \alpha)$;
 5) к нам $F \cdot R \cdot \operatorname{tg} \alpha$;
 6) от нас $F \cdot R \cdot \sin \alpha$.



ЗАДАНИЕ № 5

Гиря массой 2 кг подвешена на пружине жесткостью 50 Н/м. Период свободных колебаний груза в с равен...

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

- 1) 31 ; 2) 1,26 ; 3) 2 ;
 4) 5 ; 5) 0,8 ; 6) 3 .

ЗАДАНИЕ № 6

Если период колебаний груза массой m , подвешенного на пружине жесткостью k , равен T , то период колебаний груза массой $2m$, подвешенного на одной половине разрезанной пополам пружины, будет равен...

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

- 1) $4T$; 3) T ; 5) $2,5T$;
 2) $2T$; 4) $0,5T$; 6) $3T$.

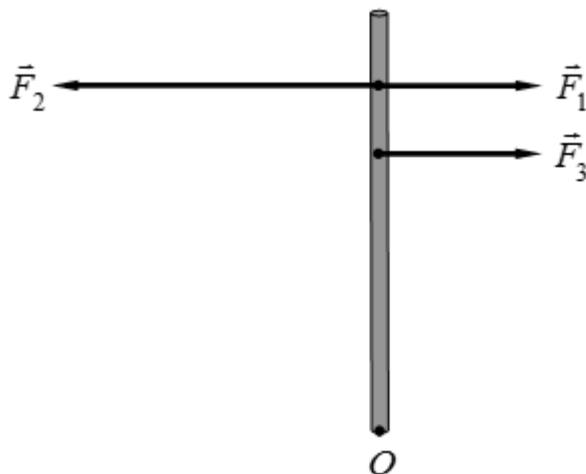
ЗАДАНИЕ № 7

К стержню длиной l приложены три силы: \vec{F}_1 , \vec{F}_2 ($F_2 = 2F_1$) и \vec{F}_3 ($F_3 = F_1$), как показано на рисунке. Ось вращения перпендикулярна плоскости рисунка и проходит через точку O . Вектор углового ускорения направлен ...

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

- 1) к нам ;
 2) от нас ;
 3) вверх ;
 4) вниз ;
 5) влево ;

б) вправо.



ЗАДАНИЕ № 8

На рисунке приведен график зависимости модуля результирующего момента сил, действующих на вращающееся твердое тело, от времени. Тело вращалось равноускоренно в интервале времени ...

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

- 1) от 0 до t_1 ;
- 2) от 0 до t_1 и от t_2 до t_3 ;
- 3) от t_1 до t_2 и от t_3 до t_4 ;
- 4) от t_1 до t_2 и от t_2 до t_3 ;
- 5) от t_1 до t_2 ;
- 6) от t_3 до t_4 .

