ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Технология вяжущих веществ, бетонов и строительной керамики»

Методические указания

для выполнения практической работы

«Статистическая обработка результатов испытаний. Построение гистограммы»

Автор
Серебряная И.А.

Ростов-на-Дону, 2017

Аннотация

Содержатся сведения по построению гистограммы и возможности обработки экспериментальных данных с помощью статистических методов. Предназначены для обучающихся по направлению подготовки 27.03.01 «Стандартизация и метрология», 27.04.02 «Управление качеством», 08.04.01 «Строительство»

Автор

к.т.н., доцент
кафедры «ТВВБиСК»
Серебряная И.А.

Оглавление

1. ОБЩАЯ ЧАСТЬ

1.1. Как известно, свойства строительных материалов формируются под воздействием большого числа факторов, часть из которых принципиально не поддается контролю и управлению. Этим обстоятельством определяется вероятностная природа строительных материалов, что находит отражение в физических теориях прочности и других свойств этих материалов.

Таким образом, свойства строительных материалов оцениваются случайными величинами, т.е. величинами, значения которых подвержены некоторому неконтролируемому разбросу при повторении данного процесса. Поведение массовых случайных явлений изучается методами теории вероятности и математической статистики. Поэтому и изучение основных технических свойств строительных материалов производится с помощью статистических методов, которые позволяют определять оптимальные свойства, а также оптимизировать технологические особенности их получения.

В технологии строительных материалов методы математической статистики служат средством решения задачи улучшения системы контроля качества материалов для того, чтобы гарантировать строительству правильную и точную оценку свойств материалов, сделать анализ более объективным.

1.2. Одним из статистических методов обработки, анализа и графического представления экспериментальных данных является *гистограмма* (столбиковая диаграмма). *Гистограмма* также может отражать состояние качества проверенной партии изделий и помогает разобраться в состоянии качества изделий в генеральной совокупности, выявить в ней положение среднего значения и характер рассеивания.

В *гистограмме* данные отображаются серией прямоугольников одинаковой ширины и различной высоты. Ширина представляет интервал в диапазоне данных. Высота – количество показателей различных значений в рамках данного интервала. Диаграмма различающихся по высоте столбиков иллюстрирует распределение показателей различных значений.

1.3. *Цель работы* – овладеть навыками построения гистограммы и статистической обработки опытных данных для получения объективных характеристик свойств материалов (на примере оценки прочностных свойств мелкозернистого бетона).

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Построить гистограмму.
2. Рассчитать статистические оценки параметров распределения изучаемых случайных величин.
3. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратического отклонения.
4. Построить статистические распределения и выполнить выравнивание статистических рядов случайных величин $R_{сж}$ и $R_{изг}$.

2. СБОР ОПЫТНЫХ ДАННЫХ И ПОСТРОЕНИЕ ГИСТОГРАММЫ

2.1. Для составления гистограммы намечают к обследованию показатели качества (в изделиях одной партии) и осуществляют измерения. Обычно число измеряемых единиц берется в пределах 100, но их должно быть не менее 50.

2.1.1. В данной работе для статистической обработки используются результаты испытаний образцов – балочек размером 40х40х160 мм из мелкозернистого бетона постоянного состава на прочность при сжатии $R_{сж}$ и изгибе $R_{изг}$, которые являются по своей природе случайными величинами, т.к. могут принимать любые значения в некотором числовом интервале.

За единичное значение случайной величины принимаются результаты испытания одной балочки на изгиб и половинки балочки на сжатие.

Совокупность опытных значений $R_{сж}$ и $R_{изг}$ образуют выборочные совокупности (выборки) и представляют собой первичный статистический материал, который иначе можно назвать "простой статистический ряд".

2.2. Простой статистический ряд следует представить в виде "простого вариационного ряда", в котором случайная величина располагается в возрастающем порядке. В общем виде простой вариационный ряд записывается в виде таблицы 1.

Таблица 1

X_i	X_1	X_2	...	X_n
n	...	...	...	...

где $X_i < X_n$, n – общее число опытных значений (объем выборки).

2.3. Далее простой вариационный ряд преобразуется в "сгруппированный вариационный ряд".

Для этого все данные разбиваются на К-групп с равномерным интервалом d_x. Количество К не должно превышать 20. Значение d_x зависит от точности определения изучаемого параметра ($R_{сж}$ и $R_{изг}$) и назначается по полученным опытным данным. В каждую группу входят данные, для которых Х удовлетворяет неравенству:

$$X_{к} - d_x/2 < X \le X_{к} + d_x/2,$$

где $X_к$ – среднее значение Х в К-м интервале.

2.4. Сгруппированный вариационный ряд можно изобразить в виде таблицы.

Таблица 2

Сгруппированный вариационный ряд

Интервал	1	2	…	i	…	к
Границы интервала, $X_{i\,min}...X_{imax}$						
Среднее значение в интервале, $X_к$						
Частота, m_i						
Плотность частоты, m_i/d_x						
Относительная частота (частость), m_i/n						

Примечание: $\sum_{i=1}^{к} m_i$.

2.5. Для наглядности изображения по сгруппированному вариационному ряду нужно построить гистограмму распределения. По оси абсцисс наносим границы интервалов, а по оси ординат – шкалу для частот (m_i).

Статистическое распределение можно представить в виде полигона частот. В этом случае по оси абсцисс наносим средние значения в интервале ($X_к$), а по оси ординат – относительные частоты (m_i/n). Нанесенные на график точки соединяются ломаными отрезками.

3. РАСЧЕТ СТАТИСТИЧЕСКИХ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Точечной называют оценку параметра генеральной совокупности, которая определяется одним числом. При выборке малого объема точечная оценка может значительно отличаться от оцениваемого параметра, т.е. приводить к грубым ошибкам. По этой причине при небольшом объеме выборки следует пользоваться интервальными оценками.

Интервальной называют оценку, которая определяется двумя числами – концами интервала. Интервальные оценки позволяют установить точность и надежность оценок

3.1. Расчет точечных оценок параметров генеральной совокупности

3.1.1. По выборочным данным следует рассчитывать оценки параметров распределении случайной величины: выборочную среднюю, выборочную дисперсию, выборочное среднеквадратическое отклонение и выборочный коэффициент вариации.

Расчет оценок параметров распределения можно производить по простому и сгруппированному вариационному рядам. *Необходимо сравнить результаты вычислений для простого и сгруппированного ряда между собой с целью определения точности.*

3.1.2. Значение оценки генеральной средней (выборочная средняя) вычисляют по формулам:

Таблица 3

Для простого вариационного ряда	Для сгруппированного вариационного ряда
$\overline{X}_B = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$, где x_i - опытные значения	$\overline{X}_B = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i m_i$ где x_i - середины интервалов; m_i - частота каждого интервала; k – количество интервалов

3.1.3. Значение оценки генеральной дисперсии (выборочная дисперсия):

Таблица 4

Для простого вариационного ряда	Для сгруппированного вариационного ряда
при n <30 – $D_B = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{X}_B)^2$, при n ≥30 – $D_B = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{X}_B)^2$, где x_i - опытные значения; $\overline{X}_B$ - выборочная средняя	при n <30 – $D_B = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{k}m_i(x_i - \overline{X}_B)^2$, при n ≥30 – $D_B = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}m_i(x_i - \overline{X}_B)^2$, где x_i - середины интервалов; m_i - частота каждого интервала; k – количество интервалов

3.1.4. Выборочные среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации рассчитываются соответственно по формулам:

$$S_B = \sqrt{D_B}, \qquad u_B = S_B / \overline{X}_B$$

3.2. Расчет интервальных оценок параметров генеральной совокупности

В этом разделе студенты самостоятельно, используя полученные ранее знания по курсам "Математическое обеспечение технологических процессов" (специальность ПСМ) и "Общая теория измерений" (специальность ССП) с помощью В.Е. Гмурмана "Теория вероятностей и математическая статистика" рассчитывают интервальные оценки параметров генеральной совокупности. А именно:

3.2.1. Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения.

3.2.2. Доверительный интервал для оценки среднего квадратического отклонения нормального распределения.

4. ПОСТРОЕНИЕ НОРМАЛЬНОЙ КРИВОЙ ПО ОПЫТНЫМ ДАННЫМ (ВЫРАВНИВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ РЯДОВ)

4.1. Выравнивание (сглаживание) статистических рядов следует выполнять исходя из предположения, что распределение случайной величины X подчиняется нормальному закону распределения:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

зависящему от двух параметров μ-генеральной средней и σ-генерального среднего квадратического отклонения.

Значения μ и σ заменяют их точечными статистическими оценками (сгруппированный ряд) – $\overline{X}_B$ и S_B. Задача сглаживания сводится к вычислению теоретических частот распределения и построению по ним выравнивающей кривой распределения.

4.2. Теоретические частоты рассчитываются по формуле (с округлением до целых):

$$m_i^T = \frac{nd_x}{S_B}\varphi(u_i),$$

где u_i - аргумент дифференциальной функции нормированного распределения.

$$u_i = \frac{x_i - \overline{X}_B}{S_B}$$

Значения $\varphi(u_i)$ принимаются по справочной таблице (Приложение 1).

4.3. Расчет теоретических частот целесообразно выполнять в табличной форме.

Таблица 5

Интервал	Среднее значение в интервале, $X_к$	Частота, m_i	U_i	$\varphi(u_i)$	Теоретическая частота, $m_i^т$
1					
2					
…					
к					

4.4. Для наглядности полученных данных строим статистические распределения экспериментальных и теоретических частот. Для этого на график по оси абсцисс откладываем средние значения интервала ($X_к$), а по оси ординат – частоты (m_i, $m_i^т$).

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Таблица значений функции $\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3652	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0836	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0284	0180
2,5	0175	0171	0267	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0108
2,7	0104	0101	0099	0096	0193	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0171	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0153	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0041	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001