



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Технологии формообразования и художественная
обработка материалов»

ПРАКТИКУМ по дисциплинам

«Математическое моделирование предельных состояний твердого тела», «Механика сплошных сред»

Авторы
Ефремова Е.А.,
Пасхалов А.С.,
Гунин А.В.

Ростов-на-Дону, 2015



Аннотация

В методических указаниях приведены основные положения и порядок выполнения практической работы по математическому моделированию процессов формоизменения при обработке металлов давлением.

Авторы



к.т.н., доцент
Ефремова Елена Александровна



к.т.н., доцент
Пасхалов Александр Сергеевич



к.т.н., доцент
Гунин Александр Викторович



Оглавление

| | |
|--|-----------|
| Введение | 4 |
| 1. Тема: «Предельные состояния» | 5 |
| 1.1. Занятие №1 | 5 |
| 1.2. Занятия № 2 | 6 |
| 1.3. Занятия №3 | 11 |
| 1.4. Занятие №4 | 12 |
| 2. Тема: «Теория напряженного состояния» | 15 |
| 2.1. Занятие №5 | 15 |
| 2.2 Занятие №6 | 17 |
| 2.3 Занятие №7 | 19 |
| 2.4. Занятие №8 | 21 |
| 3. Тема: «Теория деформированного состояния» | 23 |
| 3.1. Занятие №9 | 23 |
| 3.2. Занятие №10 | 24 |
| 3.3. Занятие №11 | 26 |
| 4. Тема: «Условия пластичности» | 30 |
| 4.1. Занятие № 12 | 30 |
| 5. Тема: «Механические схемы напряженного и деформированного состояния» | 32 |
| 5.1. Занятия № 13 | 32 |
| 5.2. Занятия № 14 | 33 |
| СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ..... | 36 |

ВВЕДЕНИЕ

Практические работа являются закрепляющим материалом по темам:

- предельные состояния;
- теория напряженного состояния;
- теория деформированного состояния
- механические схемы напряженного и деформированного состояния.

В процессе выполнения этой работы студенты учатся строить модели деформируемых твердых тел; моделировать процессы с помощью прикладных таблиц Microsoft Excel; анализировать результаты моделирования процессов с построением необходимых графиков.

Отчет о выполненной практической работе выполняется в формате А4 (210×297мм) и оформляется в соответствии с ГОСТ 2.105-95 «Общие требования к текстовым документам».

Графики, полученные в результате анализа моделирования, строятся или распечатываются на принтере и помещаются в отчет с соответствующими пояснениями.

Номер варианта для выполнения практической работы выдает преподаватель.

1. ТЕМА: «ПРЕДЕЛЬНЫЕ СОСТОЯНИЯ»

1.1. Занятие №1

«Аналитическое построение диаграммы истинных напряжений»

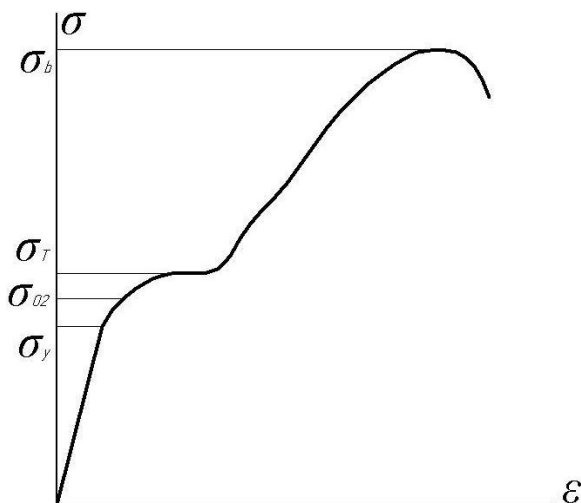


Рисунок 1 – Диаграмма истинных напряжений
Основные положения:

Истинное напряжение определяется по формуле:

$$\sigma = \frac{P_k}{F_k} \text{ (Па)},$$

где P_k – текущая сила, Н;

F_k – текущая площадь поперечного сечения, м²,
определяется по формуле:

$$F_k = F_0 \times (1 - \varepsilon_k),$$

где ε_k – текущее значение относительной деформации
образца, определяется по формуле:

$$\varepsilon_k = \Delta l / l_0,$$

где: Δl – приращение длины образца, м;

l_0 – начальная длина образца, м.

Для стандартного образца начальная длина определяется по формуле:

$l_0 = 10 \times d_0$ - для длинных образцов;

$l_0 = 5 \times d_0$ - для коротких образцов;

Под нагрузкой в области развитой пластической деформации длина образца определяется по формуле:

$$l_d = l_0 + \Delta l_y + \Delta l_{пл}$$

Удлинение образца после снятия нагрузки определяется по формуле:

$$\Delta l_{пл} = \varepsilon_{пл} \times l_0,$$

принимаем $\varepsilon_{пл} = 0,002$

Удлинение образца при упругой деформации

$$\Delta l_y = (\sigma_{0,2} / E) \times l_0,$$

где $\sigma_{0,2}$ – напряжение, соответствующее началу образования пластической деформации;

E – модуль Юнга (модуль упругости первого рода).

Задача №1.1

Стандартный длинный образец диаметром 10мм растянули до перехода в первое предельное состояние и разгрузили. Определить длину образца под нагрузкой и после разгрузки, если сталь малоуглеродистая, у которой $\sigma_{0,2} = 350 \text{ МПа}$, а $E = 2 \times 10^5 \text{ МПа}$

Задача №1.2

При испытании на растяжение стандартного образца длиной 100мм и диаметром 10мм, получили следующие результаты:

| № п/п | Деформируемый материал | Усилие деформирования Р(кН) при растяжении на $\Delta l_{мм}$ | | | | | | | |
|-------|------------------------|---|------|------|------|------|------|------|------|
| | | 2,5 | 5 | 7,5 | 10,0 | 12,5 | 15,0 | 17,5 | 20,0 |
| 1 | Алюминий | 6,1 | 6,5 | 6,8 | 7,2 | 7,6 | 7,9 | 8,1 | 8,3 |
| 2 | Медь | 20,6 | 20,9 | 21,2 | 21,4 | 21,6 | 21,8 | 22,0 | 22,1 |
| 3 | Латунь | 26,8 | 29,9 | 32,1 | 34,9 | 35,6 | 37,6 | 38,1 | 37,9 |
| 4 | Сталь 20 | 20,7 | 26,2 | 29,9 | 35,7 | 37,0 | 39,6 | 40,1 | - |
| 5 | Сталь 40 | 42,9 | 52,4 | 58,4 | 62,1 | 63,5 | 64,2 | 65,4 | 64,7 |
| 6 | Сталь X18H10T | 21,4 | 25,4 | 29,2 | 32,8 | 36,3 | 39,6 | 42,8 | 45,8 |

Составить таблицу расчетных значений « σ » и « ε » и построить график функции « $\sigma = f(\varepsilon)$ ».

1.2. Занятия № 2

«Аппроксимирующие уравнения идеальных моделей сплошной среды»

Основные положения:

Для записи уравнений состояния необходимо идеализиро-

вать и аппроксимировать механические свойства деформируемой сплошной среды. При этом под аппроксимацией и идеализацией свойств сплошной среды мы будем понимать научный метод, состоящий в замене одних математических объектов, другими, близкими к исходным, но более простыми.

Для описания свойств реальных материалов используют следующие основные модели сплошных сред:

- *Идеально-упругая среда* (среда Гука) – характеризуется линейной зависимостью между « σ » и « ε » (см. рисунок 2), причем процесс деформирования является обратимым, диссипации энергии, т.е. превращения механической работы в тепловую энергию и ее рассеивания, при этом не происходит.

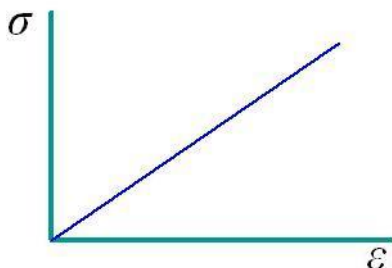


Рисунок 2 – Модель среды Гука

Аппроксимирующее уравнение, описывающее среду Гука, выглядит следующим образом:

$$\sigma_x = E \times \varepsilon_x$$

где σ_x – текущее значение напряжения;

E – модуль Юнга (модуль упругости первого рода);

ε_x – текущее значение деформации.

- *Жестко - пластическая неупрочняющаяся среда* – характеризуется отсутствием начальный момент деформирования упругой составляющей деформации (см. рисунок 3). Материал ведет себя как абсолютно твердое, несжимаемое тело до тех пор, пока напряжения не достигают предела текучести (σ_T).



Рисунок 3 – Модель жестко - пластической неупрочняющей среды

Аппроксимирующее уравнение, описывающее жестко - пластическую среду, выглядит следующим образом:

$$\sigma_x = \sigma_T,$$

где σ_x – текущее значение напряжения;

σ_T – предел текучести деформируемого материала.

- Идеальная упругопластическая неупрочняющаяся среда – характеризуется тем, что в начале процесса деформации материал ведет себя, как идеально упругий, а с определенного момента начинает деформироваться необратимо при неизменном значении напряжений $\sigma_x = \sigma_T$, (см. рисунок 4).

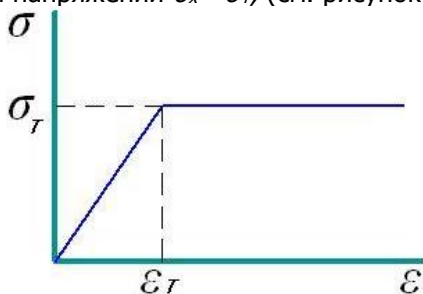


Рисунок 4 – Модель идеальной упругопластической неупрочняющей среды

В области упругости связь между напряжениями и деформациями носит линейный характер и описывается законом Гука. При развитой пластической деформации можно пренебречь упругой составляющей деформации, т.к. она ничтожно мала по сравнению с пластической составляющей. Такое поведение можно наблюдать у материалов, имеющих ярко выраженную, большую площадку текучести. В этом случае аппроксимирующие уравне-

ния, описывающее идеальную упругопластическую неупрочняющуюся среду, будут выглядеть следующим образом:

$$\sigma_x = E \times \varepsilon_x \quad (\text{для текущих значений деформации меньших } \varepsilon_T),$$

$\sigma_x = \sigma_T$ (для текущих значений деформации равных и больших ε_T),

где ε_T – деформация, соответствующая переходу материала во второе предельное состояние.

- Несжимаемая, упрочняющаяся среда – характеризуется тем, что необратимые деформации наступают сразу с того момента, когда напряжения достигают предела текучести $\sigma_x = \sigma_T$, (см. рисунок 5).

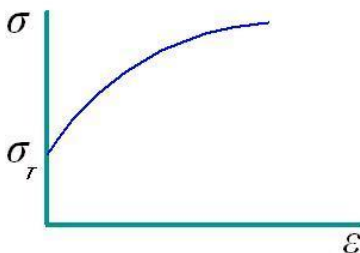


Рисунок 5 – Модель несжимаемой, упрочняющейся среды

Для дальнейшего развития деформации обязательным условием является постоянный рост текущих значений напряжений. В этом случае аппроксимирующее уравнение, описывающее несжимаемую, упрочняющуюся среду, будет выглядеть следующим образом:

$$\sigma_x = \sigma_T + 3 \times E_I \times \varepsilon_x,$$

где E_I – модуль упрочнения.

- Идеально-вязкая среда – характеризуется тем, что она деформируется необратимо при любом значении текущего напряжения (см. рисунок 6).

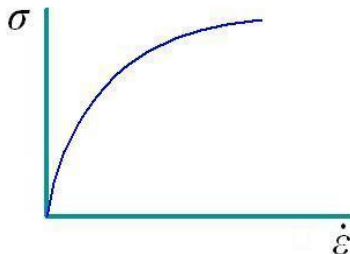


Рисунок 6 – Модель идеально-вязкой среды

Деформация при этом не сопровождается изменением объема. Аппроксимирующее уравнение, описывающее идеально-вязкую среду, выглядит следующим образом:

$$\sigma_x = 3\mu^1 \dot{\varepsilon}_x$$

где μ^1 – коэффициент вязкости;

$\dot{\varepsilon}_x$ – текущее значение скорости деформации, с^{-1} .

Описанные выше модели сплошной среды позволяют аппроксимировать диаграмму истинных напряжений для материала являющегося пластической, упрочняющейся средой следующей степенной зависимостью:

$$\sigma_s = \sigma_T + A \times \psi^n,$$

где σ_s – сопротивление материала пластическому деформированию,

σ_T – предел текучести материала,

A – коэффициент,

ψ – относительная деформация уменьшения размеров.

Математическая модель процесса растяжения стандартного образца в этом случае будет выглядеть следующим образом:

$$P_p = F_0 \times \sigma_T \times (1 - \psi) + A \times F_0 \times (1 - \psi) \times \psi^n,$$

где P_p – сила растяжения образца, Н,

F_0 – начальная площадь поперечного сечения образца, м^2 ,

σ_T – предел текучести материала, Па,

ψ – относительное поперечное сужение образца при его растяжении,

A – коэффициент,

n – показатель деформационного упрочнения.

$$\psi = \frac{F_0 - F_K}{F_0},$$

где F_K – текущая площадь поперечного сечения образца, м^2 .

Задача №2.1

Зависимость $\sigma_s(\varepsilon)$ для образца диаметром 10мм с рабочей частью

длиной $l_0 = 100\text{мм}$ задана в виде:

$$\sigma_s = 7,1 \times 10^4 \varepsilon_T, \text{ если } \varepsilon \leq 0,007 \quad (\text{МПа})$$

$$\sigma_s = 497 + 8,07 \times 10^4 (\varepsilon - \varepsilon_T), \text{ если } \varepsilon > \varepsilon_T, \varepsilon > 0,007 \quad (\text{МПа})$$

Определить, по одной из приведенных формул и рассчитать:

- напряжение σ_T , соответствующее началу перехода от упругой деформации к пластической деформации (при $\varepsilon = 0,0002$);
- напряжения при растяжении образца до $l_d = 102, 104, 106, 108, 110, 112, 114, 116, 118, 120$ мм;
- построить график $\sigma_S(\varepsilon)$, используя расчетные данные

Задача №2.2

Стандартный длинный образец диаметром 6мм из стали 12Х18Н10Т растягивают в условиях сверхпластичности с переменной скоростью. Через определенные промежутки времени фиксируют скорость деформации $\dot{\varepsilon}$, площадь поперечного сечения образца F и силу деформации P .

| | | | | | | |
|------------------------------------|-----------|--------------------|-----------|--------------------|-----------|--------------------|
| $\dot{\varepsilon}, \text{c}^{-1}$ | 10^{-4} | 5×10^{-3} | 10^{-3} | 5×10^{-2} | 10^{-2} | 5×10^{-1} |
| $F, \text{м}^2$ | 18,8 | 15,7 | 13,5 | 11,8 | 10,5 | 9,42 |
| $P, \text{кН}$ | 0,662 | 0,667 | 0,679 | 0,854 | 1,31 | 1,91 |

Построить графики зависимостей: $\sigma(\dot{\varepsilon})$ и $\sigma(\psi)$

1.3. Занятия №3

«Анализ моделей сплошной среды»

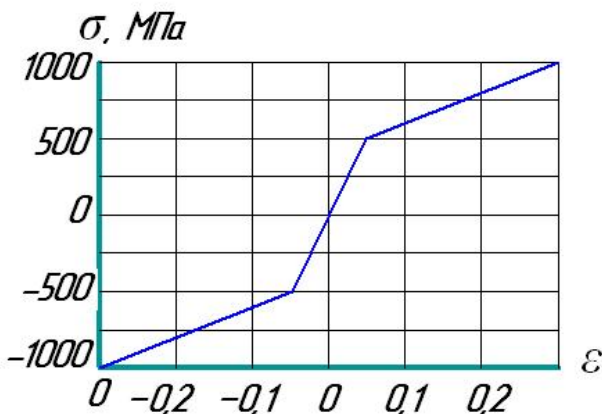


Рисунок 7 – Графическое изображение модели сплошной среды (для задач №3.1 и №3.2)

Задача №3.1

По заданному графическому изображению модели сплошной среды (см. рисунок 7), определить:

- силу растяжения и сжатия образцов диаметром 10мм и длиной 100мм до степени деформации 0,2;
- силу, необходимую для растяжения и сжатия указанных образцов на 6мм.

Задача №3.2

По заданной модели сплошной среды (см. рисунок 7) определить ее параметры и силу необходимую для растяжения и сжатия образцов диаметром 10мм и длиной 20мм до степени деформации 0,1. Установить, какая сила потребуется для растяжения и сжатия указанных образцов на 5мм.

1.4. Занятие №4

«Определение предела прочности материала по диаграммам условных и истинных напряжений (по кривым упрочнения первого рода)»

Основные положения:

Условное напряжение определяется по формуле:

$$\sigma_{\text{усл.}} = P_K / F_0,$$

где $\sigma_{\text{усл.}}$ – условное напряжение, МПа;

P_K – текущее значение силы, Н;

F_0 – начальное значение площади поперечного сечения образца, м².

Напряжение текучести (см. рисунок 8) для любого момента деформации до начала образования шейки определяется по формуле:

$$\sigma_S = P_K / F_K,$$

где F_K – площадь поперечного сечения образца в любой момент деформации до начала образования шейки, м².

$$F_K = F_0 \times (1 - \varepsilon);$$

$$\varepsilon = (l - l_0) / l_0 = \Delta l / l_0.$$

Математическое моделирование предельных состояний твердого тела

Сделать выводы:

- по полученной графически величине предела прочности определить марку материала;
- сравнить полученные диаграммы условных и истинных напряжений.

2. ТЕМА: «ТЕОРИЯ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ»

2.1. Занятие №5

«Определение напряжений на наклонных площадках»

Основные положения:

Закон парности касательных напряжений гласит, что на двух взаимно перпендикулярных друг к другу гранях кубического элемента компоненты касательного напряжения, перпендикулярны линии пересечения этих граней и равны по абсолютной величине, т.е. касательные напряжения на взаимно перпендикулярных друг к другу площадках равны между собой. Этот закон можно записать в виде такой системы уравнений:

$$\begin{cases} \tau_{xy} = \tau_{yx} \\ \tau_{xz} = \tau_{zx} \\ \tau_{yz} = \tau_{zy} \end{cases}$$

Напряженное состояние в любой точке тела (при заданном нагружении) определяется тензором напряжений:

$$T_{\sigma} = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix}$$

Для любой наклонной площадки, проходящей через данную точку проекции полного вектора напряжений на координатные оси (x, y, z) можно записать соотношением следующего вида:

$$\begin{cases} S_x = \sigma_x \times a_x + \tau_{xy} \times a_y + \tau_{xz} \times a_z \\ S_y = \tau_{yx} \times a_x + \sigma_y \times a_y + \tau_{yz} \times a_z \\ S_x = \tau_{zx} \times a_x + \tau_{zy} \times a_y + \sigma_z \times a_z \end{cases}$$

Полное (S), нормальное (σ_n) и касательное (τ) напряжение на наклонной площадке определяется из соотношений:

$$S^2 = S_x^2 + S_y^2 + S_z^2$$

$$\sigma_n = \sigma_x \times a_x^2 + \sigma_y \times a_y^2 + \sigma_z \times a_z^2 + 2\tau_{xy} \times a_x \times a_y + 2\tau_{yz} \times a_y \times a_z + 2\tau_{zx} \times a_z \times a_x$$

$$\tau^2 = S^2 - \sigma_n^2$$

$$a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 = \pm 1$$

Задача № 5.1

В точке тела известны компоненты напряжений: $\sigma_x = 500 \text{ МПа}$, $\sigma_y = 0$, $\sigma_z = 300 \text{ МПа}$, $\tau_{xy} = 500 \text{ МПа}$, $\tau_{yz} = -750 \text{ МПа}$, $\tau_{zx} = 800 \text{ МПа}$.

- записать тензор напряжений T_{σ} ;
- найти полное, нормальное и касательное напряжения для площадки, нормаль к которой характеризуется направляющими косинусами $a_x = 1/2$, $a_y = 1/2$, $a_z = 1/\sqrt{2}$

Задача № 5.2

В точке тела задана следующая система напряжений: $\sigma_x = 50 \text{ МПа}$, $\sigma_y = 0$, $\sigma_z = 110 \text{ МПа}$, $\tau_{xy} = 30 \text{ МПа}$, $\tau_{yz} = -30 \text{ МПа}$, $\tau_{zx} = 80 \text{ МПа}$. Найти значения полного, нормального и касательного напряжений на площадке с внешней нормалью, направляющие косинусы которой относительно координатных осей равны между собой.

Задача № 5.3

Напряженное состояние в точке определено тензором T_{σ} . Найти нормальное и касательное напряжение в наклонной площадке, проходящей через данную точку, если нормаль к ней образует с осями углы α_x , α_y , α_z (компоненты тензора заданы в МПа)

$$\text{а) } T_{\sigma} = \begin{vmatrix} -58 & 31 & -12 \\ 31 & -105 & 0 \\ -12 & 0 & -420 \end{vmatrix} \quad \text{б) } T_{\sigma} = \begin{vmatrix} 157 & 0 & 38 \\ 0 & 210 & 0 \\ 38 & 0 & 263 \end{vmatrix}$$

$\alpha_x = 12^\circ$, $\alpha_y = 45^\circ$, $\alpha_z = 8^\circ$ $\alpha_x = 30^\circ$, $\alpha_y = 18^\circ$, $\alpha_z = 3^\circ$

$$\text{в) } T_{\sigma} = \begin{vmatrix} 118 & 0 & 24 \\ 0 & -54 & -8 \\ 24 & -8 & -372 \end{vmatrix} \quad \text{г) } T_{\sigma} = \begin{vmatrix} -34 & 16 & -16 \\ 16 & -75 & 5 \\ -16 & 5 & -460 \end{vmatrix}$$

$\alpha_x = 5^\circ$, $\alpha_y = 16^\circ$, $\alpha_z = 37^\circ$ $\alpha_x = 24^\circ$, $\alpha_y = 32^\circ$, $\alpha_z = 65^\circ$

2.2 Занятие №6

«Главные нормальные напряжения, тензорные характеристики напряжений»

Главные нормальные напряжения ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) в точке тела при заданном нагружении определяются как корни кубического уравнения вида

$$\sigma^3 - I_1 \times \sigma^2 + I_2 \times \sigma - I_3 = 0,$$

где - I_1, I_2, I_3 - коэффициенты уравнения являются инвариантами тензора напряжений, которые определяются по формулам:

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3;$$

$$I_2 = \sigma_x \times \sigma_y + \sigma_y \times \sigma_z + \sigma_z \times \sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2 = \sigma_1 \times \sigma_2 + \sigma_2 \times \sigma_3 + \sigma_3 \times \sigma_1$$

$$I_3 = \sigma_x \times \sigma_y \times \sigma_z + 2 \times \tau_{xy} \times \tau_{yz} \times \tau_{zx} - \sigma_x \times \tau_{yz}^2 - \sigma_y \times \tau_{zx}^2 - \sigma_z \times \tau_{xy}^2 = \sigma_1 \times \sigma_2 \times \sigma_3$$

Тензор главных напряжений

$$T_{\sigma} = \begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{vmatrix}$$

Напряженное состояние тела, находящееся в упругом состоянии описывается шаровым тензором напряжений

$$T_{\sigma}^u = \begin{vmatrix} \sigma_{cp} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{cp} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{cp} \end{vmatrix},$$

где

$$\sigma_{cp} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3},$$

а находящегося в пластическом состоянии – девиатором напряжений, определяемым по формуле

$$D_{\sigma} = T_{\sigma} - T_{\sigma}^u$$

$$D_{\sigma} = \begin{vmatrix} (\sigma_x - \sigma_{cp}) & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & (\sigma_y - \sigma_{cp}) & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & (\sigma_z - \sigma_{cp}) \end{vmatrix},$$

Задача 6.1

Для точки тела известен первый инвариант тензора напряжений $I_{1\sigma} = 30$ МПа и задан девиатор напряжений

$$D_{\sigma} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -15 \\ 0 & 10 & 15 \\ -15 & 15 & -10 \end{vmatrix}$$

Составить исходное уравнение для определения главных напряжений в данной точке. (Компоненты напряжений заданы в МПа).

Задача 6.2.

Напряженное состояние в двух точках деформируемого тела задано тензорами

$$T_{\sigma 1} = \begin{vmatrix} 128 & 5 & -18 \\ 5 & 32 & 4 \\ -18 & 4 & 265 \end{vmatrix},$$

$$T_{\sigma 2} = \begin{vmatrix} 265 & -18 & 5 \\ -18 & 128 & 4 \\ 5 & 4 & 32 \end{vmatrix},$$

$$T_{\sigma 3} = \begin{vmatrix} 128 & 0 & 19,1 \\ 0 & 32 & 0 \\ 19,1 & 0 & 265 \end{vmatrix},$$

Определить, одинаковое или разное напряженное состояние в этих точках.

Задача 6.3

Определить нормальные и касательные напряжения, а также среднее нормальное давление для площадки, которая наклонена к главным осям под углами 45, 60, 60. $\sigma_1 = 500$ МПа, $\sigma_2 = 700$ МПа, $\sigma_3 = 400$ МПа. (Аналитически и графически).

2.3 Занятие №7

«Главные касательные напряжения»

Главные касательные напряжения определяются через главные нормальные по формулам

$$\tau_{12} = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}; \tau_{23} = \pm \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}; \tau_{31} = \pm \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2}$$

Нормальные напряжения

$$\sigma_{12} = \pm \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}; \sigma_{23} = \pm \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2}; \sigma_{31} = \pm \frac{\sigma_3 + \sigma_1}{2}$$

Задача 7.1

В точке деформируемого твердого тела заданы $\sigma_{ср} = -185$ МПа;

$$\tau_{12} = 156 \text{ МПа}; \quad \tau_{23} = -392 \text{ МПа}; \quad \tau_{31} = 236 \text{ МПа}.$$

Вычислить компоненты тензора, заданного в главных напряжениях. (Напряжения заданы в МПа).

Задача 7.2

Напряженное состояние в точке определено тензором главных напряжений

Определить полные нормальные и касательные напряжения в площадках, наклоненных к двум главным осям под углом 45° и проходящих через третью ось.

а) T_{12}

$$T_{\sigma} = \begin{vmatrix} -271 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & -94 \end{vmatrix}$$

б) T_{23}

$$T_{\sigma} = \begin{vmatrix} 271 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & -94 \end{vmatrix}$$

в) T_{31}

$$T_{\sigma} = \begin{vmatrix} -271 & 0 & 0 \\ 0 & -18 & 0 \\ 0 & 0 & -94 \end{vmatrix}$$

$$\Gamma) T_{12}$$

$$T_{\sigma} = \begin{vmatrix} -271 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 94 \end{vmatrix}$$

Задача 7.3

Напряженное состояние задано тензором T_{σ} . Найти главные касательные напряжения T_{12} , T_{23} , T_{31}

а)

$$T_{\sigma} = \begin{vmatrix} 456 & 0 & 0 \\ 0 & -32 & 0 \\ 0 & 0 & -825 \end{vmatrix}$$

б)

$$T_{\sigma} = \begin{vmatrix} -56 & 0 & 0 \\ 0 & -128 & 0 \\ 0 & 0 & -675 \end{vmatrix}$$

Задача 7.4

Параллелепипед (рис. 9) высотой h и шириной a квадратного сечения ($a \times a$) сжимается в двух направлениях, по оси X силой P_x , а по оси Y – силой P_y . Определить напряжения на наклонной площадке AB , нормаль к которой составляет с осью Y угол равный 45 град.

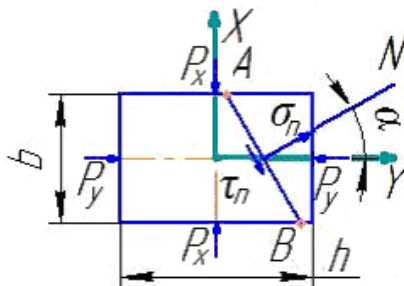


Рисунок 9 – Схема образца к задаче 7.4.

Задача 7.5

Стержень диаметром 40 мм растянут силой $P=0,25$ МН. Определить нормальное и касательное напряжения на наклонной

площадке, нормаль к которой составляет с осью стержня угол 30 град. Определить в каком сечении касательное напряжение достигает максимального значения и вычислить их величину, а также величину полного напряжения на этой наклонной площадке (S_n). (тело находится в линейном напряженном состоянии). Сделать поясняющий рисунок.

2.4. Занятие №8

«Октаэдрические напряжения и интенсивность напряжений»

На площадках, равнонаклоненных к главным осям (октаэдрических площадках), действуют октаэдрические напряжения

$$\sigma_{окт} = \frac{1}{3} \times (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{1}{3} \times (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$

$$\tau_{окт} = \frac{1}{3} \times \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6 \times (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}$$

Интенсивность напряжений или обобщенное напряжение определяется по формуле

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6 \times (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}$$

Интенсивность касательных напряжений

$$\tau_i = \frac{1}{\sqrt{6}} \times \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6 \times (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}$$

Задача № 8.1

В точке тела задана следующая система напряжений:

$\sigma_x = \sigma_y = 500$ МПа, $\sigma_z = 1000$ МПа, $\tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$. Определить нормальные, касательные и полные напряжения на октаэдрических площадках, проведенных через данную точку.

Задача № 8.2

Напряженное состояние задано тензором. Определить касательные и октаэдрические напряжения.

$$\text{а) } T_{\sigma} = \begin{vmatrix} 162 & 0 & -12 \\ 0 & 0 & 0 \\ -12 & 0 & -256 \end{vmatrix},$$

$$\text{б) } T_{\sigma} = \begin{vmatrix} 356 & 12 & -50 \\ 12 & 0 & 0 \\ -50 & 0 & 280 \end{vmatrix},$$

$$\text{в) } T_{\sigma} = \begin{vmatrix} -280 & -42 & -36 \\ -42 & -456 & 18 \\ -36 & 18 & 616 \end{vmatrix},$$

Задача № 8.3

Напряженное состояние в некоторой точке деформируемого тела определяется тензором напряжений

$$T_{\sigma} = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix}$$

Изменив схему напряжения, на тело наложили дополнительное гидростатическое давление ($-p$). Показать, как изменились компоненты тензора, главные касательные напряжения и интенсивность напряжений.

Задача № 8.4

Напряженное состояние в точке тела определено тензором напряжений

$$T_{\sigma} = \begin{vmatrix} 50 & 30 & -80 \\ 30 & 0 & 30 \\ -80 & 30 & 110 \end{vmatrix}$$

Определить значения полного, нормального и касательного напряжений на площадке с внешней нормалью N , направляющие косинусы которой имеют одинаковое значение.

3. ТЕМА: «ТЕОРИЯ ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ»

3.1. Занятие №9

«Тензорные характеристики деформаций, главные деформации»

Основные положения:

Деформированное состояние в окрестностях выбранной точки определяется тензором малых деформаций

$$T_{\varepsilon} = \begin{vmatrix} \varepsilon_x & 0,5\gamma_{xy} & 0,5\gamma_{xz} \\ 0,5\gamma_{yx} & \varepsilon_y & 0,5\gamma_{yz} \\ 0,5\gamma_{zx} & 0,5\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{vmatrix}$$

Относительное удлинение какого-либо отрезка, проходящего через заданную точку, имеющую направляющие косинусы a_x, a_y, a_z , определяются уравнением:

$$\varepsilon_n = \varepsilon_x a_x^2 + \varepsilon_y a_y^2 + \varepsilon_z a_z^2 + 0,25\gamma_{xy} a_x a_y + 0,25\gamma_{yz} a_y a_z + 0,25\gamma_{zx} a_z a_x$$

Главные удлинения в точке определяются из уравнения вида:

$$\varepsilon^3 - I_1(T_{\varepsilon}) \varepsilon^2 + I_2(T_{\varepsilon}) \varepsilon - I_3(T_{\varepsilon}) = 0$$

$$I_1(T_{\varepsilon}) = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$$

$$I_2(T_{\varepsilon}) = \varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_y \varepsilon_z + \varepsilon_z \varepsilon_x - 0,25\gamma_{xy}^2 - 0,25\gamma_{yz}^2 - 0,25\gamma_{zx}^2$$

$$I_3(T_{\varepsilon}) = \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z + 0,25\gamma_{xy} \gamma_{yz} \gamma_{zx} - 0,25\gamma_{yz}^2 \varepsilon_x - 0,25\gamma_{zx}^2 \varepsilon_y - 0,25\gamma_{xy}^2 \varepsilon_z$$

Задача № 9.1

Прямоугольная заготовка с начальными размерами B, L, H (мм) получила деформацию, определенную тензором T_{ε} . Найдите ее конечные размеры, если:

$$a) T_{\varepsilon} = \begin{vmatrix} 0,05 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & -0,05 \end{vmatrix}$$

$$B=200\text{мм}, L=250\text{мм}, H=10\text{мм}$$

$$б) T_{\varepsilon} = \begin{vmatrix} 0,02 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,03 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & -0,05 \end{vmatrix}$$

$$B=200\text{мм}, L=250\text{мм}, H=20\text{мм}$$

$$в) T_{\varepsilon} = \begin{vmatrix} 0,05 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & -0,05 \end{vmatrix}$$

$$B=200\text{мм}, L=250\text{мм}, H=200\text{мм}$$

$$г) T_{\varepsilon} = \begin{vmatrix} 0,05 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,05 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & -0,10 \end{vmatrix}$$

$$B=100\text{мм}, L=150\text{мм}, H=200\text{мм}$$

Задача № 9.2

В точке тела заданы компоненты деформаций $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$; остальные компоненты $\varepsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{zy} = 0$ (случай плоской деформации). Записать уравнение для определения главных деформаций удлинения ($\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$)

Задача № 9.3

В точке тела известны компоненты деформаций:

$$\varepsilon_x = 0,001; \quad \varepsilon_y = 0,0005; \quad \varepsilon_z = -0,0015;$$

$$\gamma_{xy} = 0,0002; \quad \gamma_{yz} = -0,0001 \quad \gamma_{zx} = 0,0003$$

Записать T_{ε} и определить относительное удлинение отрезка, если направляющие косинусы равны между собой

3.2. Занятие №10

«Относительные степени деформаций, основные условия деформаций»

Степени относительной деформации параллелепипеда с ребрами X_n, Y_n, Z_n – до деформации и X_d, Y_d, Z_d – после деформации определяются по формулам:

$$\varepsilon_x = \frac{X_d - X_n}{X_n} = \frac{\Delta X}{X_n};$$

$$\varepsilon_y = \frac{Y_d - Y_n}{Y_n} = \frac{\Delta Y}{Y_n};$$

$$\varepsilon_z = \frac{Z_d - Z_n}{Z_n} = \frac{\Delta Z}{Z_n};$$

Если ε_k имеет положительное значение, то это означает, что элемент параллелепипеда растягивается. Если ε_k имеет отрицательное значение, то это означает, что элемент параллелепипеда сжимается.

Основное условие пластической деформации – это «условие постоянства объема». Его можно записать следующим уравнением:

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = 0$$

При упругой деформации основным является «условие обратимого объема расширения, сжатия». Его можно записать следующим уравнением:

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \Delta$$

Линейная октаэдрическая деформация определяется по формуле:

$$\varepsilon_o = \varepsilon_{cp} = (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) / 3$$

Октаэдрическую деформацию сдвига можно определить по формуле:

$$\gamma_o = \frac{2}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}$$

В отличие от деформаций, которые являются векторными величинами, интенсивность деформации, это величина скалярная.

Интенсивность деформации или обобщенная деформация выражается следующей формулой:

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2} \quad \text{- в главных осях.}$$

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2)}$$

- в произвольных осях.

Интенсивность деформаций сдвига выражается следующей формулой:

$$\Gamma = \gamma_i = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}$$

При плоском деформированном состоянии

$$\varepsilon_3 = -\varepsilon_1; \quad \varepsilon_2 = 0$$

При линейном растяжении и сжатии

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = -0,5\varepsilon_1; \quad \varepsilon_1 > \varepsilon_2 = \varepsilon_3$$

Задача № 10.1

Цилиндрическая заготовка имеет следующие начальные размеры (мм):

а) $D = 200 \text{ мм}, H = 100 \text{ мм};$

б) $D = 200 \text{ мм}, H = 200 \text{ мм};$

в) $D = 20 \text{ мм}, H = 40 \text{ мм};$

Ее конечная деформация определяется тензором:

$$T_{\varepsilon} = \begin{vmatrix} 0,04 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,04 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & -0,08 \end{vmatrix}$$

Рассчитать конечные размеры заготовки и определить является ли такая деформация пластической.

Задача № 10.2

В точке тела заданы компоненты деформаций:

$$\varepsilon_1 = 0,09; \quad \varepsilon_2 = -0,02; \quad \varepsilon_3 = -0,07.$$

Определить обобщенную деформацию в точки и относительные удлинения отрезка, проходящего через заданную точку, если направляющие косинусы равны:

$$a_1 = \frac{1}{2}; \quad a_2 = \frac{1}{2}; \quad a_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Задача № 10.3

В точке тела заданы компоненты деформаций:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= 0,001; & \varepsilon_y &= -0,0005; & \varepsilon_z &= -0,0001; \\ \gamma_{xy} &= 0,0002; & \gamma_{yz} &= -0,0001 & \gamma_{zx} &= 0,0003 \end{aligned}$$

Записать уравнения для определения главных деформаций.

3.3. Занятие №11

«Скорости деформаций»

Краткие сведения.

Скоростью деформаций называется изменение степени деформаций в единицу времени или относительное смещение объема в единицу времени.

Скорости деформаций определяются по формулам:

$$\dot{\varepsilon}_x = \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial x} = \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial t}; \quad \dot{\gamma}_{xy} = \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial y} + \frac{\partial \dot{u}_y}{\partial x} = \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial t};$$

$$\dot{\varepsilon}_y = \frac{\partial \dot{u}_y}{\partial y} = \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial t}; \quad \dot{\gamma}_{yz} = \frac{\partial \dot{u}_y}{\partial z} + \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial y} = \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial t};$$

$$\dot{\varepsilon}_z = \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} = \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t}; \quad \dot{\gamma}_{zx} = \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial x} + \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial z} = \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial t},$$

где $\dot{u}_x, \dot{u}_y, \dot{u}_z$ - компоненты скоростей перемещений точек

тела. Они выражаются через перемещения точек в единицу времени:

$$\dot{u}_x = \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial t}; \dot{u}_y = \frac{\partial \dot{u}_y}{\partial t}; \dot{u}_z = \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t}.$$

Тензор компонент скоростей деформации имеет вид:

$$T_{\dot{\varepsilon}} = \begin{vmatrix} \dot{\varepsilon}_x & \frac{1}{2}\dot{\gamma}_{xy} & \frac{1}{2}\dot{\gamma}_{xz} \\ \frac{1}{2}\dot{\gamma}_{yx} & \dot{\varepsilon}_y & \frac{1}{2}\dot{\gamma}_{yz} \\ \frac{1}{2}\dot{\gamma}_{zx} & \frac{1}{2}\dot{\gamma}_{xy} & \dot{\varepsilon}_z \end{vmatrix}$$

Уравнение для определения главных скоростей линейных деформаций (относительных удлинений) имеет вид:

$$\dot{\varepsilon}^3 - I_{1\dot{\varepsilon}} \times \dot{\varepsilon}^2 + I_{2\dot{\varepsilon}} \times \dot{\varepsilon} - I_{3\dot{\varepsilon}} = 0,$$

где $I_{1\dot{\varepsilon}}, I_{2\dot{\varepsilon}}, I_{3\dot{\varepsilon}}$ - инварианты тензора компонент скоростей деформации (см. инварианты $T_{\dot{\varepsilon}}$).

Условие постоянства объема при пластической деформации выражается уравнением:

$$\dot{\varepsilon}_x + \dot{\varepsilon}_y + \dot{\varepsilon}_z = 0$$

или

$$\frac{\partial \dot{u}_x}{\partial x} + \frac{\partial \dot{u}_y}{\partial y} + \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} = 0$$

записывается как: $\text{div} \bar{u}_{i(P)} = 0$, называется дивергенцией векторного поля.

При решении задач, в которых необходимо определить размер через заданное время:

1. Определяем $\Delta \varepsilon_x$.
 2. Определяем приращение размера.
 3. Определяем конечный размер.
- Запишем скорости деформаций как

$$\dot{\varepsilon}_x = \frac{\Delta \varepsilon_x}{\Delta t}; \dot{\gamma}_{xy} = \frac{\Delta \gamma_{xy}}{\Delta t};$$

$$\dot{\varepsilon}_y = \frac{\Delta \varepsilon_y}{\Delta t}; \dot{\gamma}_{yz} = \frac{\Delta \gamma_{yz}}{\Delta t};$$

$$\dot{\varepsilon}_z = \frac{\Delta \varepsilon_z}{\Delta t}; \dot{\gamma}_{zx} = \frac{\Delta \gamma_{zx}}{\Delta t}.$$

Интенсивность скоростей деформаций или приведенная скорость деформации:

$$\dot{\varepsilon}_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \times \sqrt{(\dot{\varepsilon}_x - \dot{\varepsilon}_y)^2 + (\dot{\varepsilon}_y - \dot{\varepsilon}_z)^2 + (\dot{\varepsilon}_z - \dot{\varepsilon}_x)^2 + \frac{3}{2} \times (\dot{\gamma}_{xy}^2 + \dot{\gamma}_{yz}^2 + \dot{\gamma}_{zx}^2)}$$

Определяет количественно полную скорость изменения формы частицы.

Условие несжимаемости материала при пластической деформации, выраженное в скоростях:

$$\dot{\varepsilon}_x + \dot{\varepsilon}_y + \dot{\varepsilon}_z = 0.$$

Условие изменения объема при упругой деформации:

$$\dot{\varepsilon}_x + \dot{\varepsilon}_y + \dot{\varepsilon}_z = \eta.$$

Задача №11.1

В точке тела заданы компоненты скоростей деформаций $\dot{\varepsilon}_x, \dot{\varepsilon}_y, \dot{\gamma}_{xy}$, остальные компоненты равны нулю. Записать инварианты тензора скоростей деформаций и составить уравнения для определения главных скоростей деформаций и интенсивности скоростей деформаций. Определить схему деформированного состояния.

Задача №11.2

Записать $T_{\dot{\varepsilon}}^{III}$ и $D_{\dot{\varepsilon}}$, определить вид деформированного состояния. Записать уравнение для определения главных линейных скоростей деформаций для деформированного состояния, описываемого следующими тензорами скоростей деформации:

$$а) T_{\dot{\varepsilon}} = \begin{vmatrix} 0,18 & 0,2 & -0,15 \\ 0,2 & 0,4 & 0,1 \\ -0,15 & 0,1 & -0,12 \end{vmatrix} (1/c);$$

$$б) T_{\dot{\varepsilon}} = \begin{vmatrix} 0,5 & -0,1 & -0,1 \\ -0,1 & -0,5 & 0,0 \\ -0,1 & 0,0 & 0,0 \end{vmatrix} (1/c);$$

$$в) T_{\dot{\varepsilon}} = \begin{vmatrix} 0,6 & 0,25 & -0,3 \\ 0,25 & 0,01 & 0,0 \\ -0,3 & 0,0 & -0,7 \end{vmatrix} (1/c);$$

$$г) T_{\dot{\varepsilon}} = \begin{vmatrix} 0,1 & 0,03 & -0,04 \\ 0,03 & 0,4 & -0,15 \\ -0,04 & -0,15 & -0,5 \end{vmatrix} (1/c).$$

Задача №11.3

Тензоры скоростей деформаций тела находящегося в деформированном состоянии имеют вид:

$$T_{\dot{\varepsilon}} = \begin{vmatrix} 0,08 & -0,01 & -0,05 \\ -0,01 & 0,06 & 0,0 \\ -0,05 & 0,0 & 0,0 \end{vmatrix} (1/c)$$

и

$$T_{\dot{\varepsilon}} = \begin{vmatrix} 0,0 & -0,05 & -0,01 \\ -0,05 & 0,08 & 0,0 \\ -0,01 & 0,0 & 0,06 \end{vmatrix} (1/c)$$

Определить в одном или разных деформированных состояниях находятся тела. Рассчитать октаэдрические скорости деформации. Определить вид деформированного состояния.

Задача №11.4

Деформация прямоугольной заготовки с размерами $B=100\text{мм}$, $L=150\text{мм}$, $H=40\text{мм}$ описывается тензором:

$$T_{\dot{\varepsilon}} = \begin{vmatrix} 0,3 & 0,0 & 0,00 \\ 0,0 & 0,2 & 0,00 \\ 0,0 & 0,0 & -0,5 \end{vmatrix} (1/c)$$

Определить конечные размеры заготовки через $\Delta t = 0,12\text{с}$. Нарисовать схему процесса

4. ТЕМА: «УСЛОВИЯ ПЛАСТИЧНОСТИ»

4.1. Занятие № 12

«Условие постоянства максимальных касательных напряжений».

Пластическая деформация появляется, когда наибольшее изменение главных касательных напряжений достигает некоторой величины зависящей от свойств деформируемого материала (условие Треска- Сен-Венана-Леви.), т.е. когда:

$$\tau_{\max} = \tau_{1,3} = \pm \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = \tau_s = K,$$

где $\tau_s = K$;

$K = 0,5\sigma_T$ – постоянная пластичности.

«Условие пластичности Губера-Мизеса».

Любая элементарная частица металлического тела переходит из упругого состояния в пластическое, когда интенсивность напряжений достигает величины, равной напряжению текучести при одноосном пластическом напряжённом состоянии, соответствующем температурно – скоростным условиям деформирования и степени деформации.

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6 \times (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} = \sigma_T$$

Постоянная пластичности по условию Губера-Мизеса

$$\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_T = K \approx 0.575\sigma_T;$$

K – это величина, которая может достигать главных касательных напряжений или σ_i при пластической деформации.

$$0,5\sigma_m < K < 0.575\sigma_m$$

Задача 12.1

Три образца из различных материалов нагружены так, что состояние описывается тензором напряжений:

$$T_\sigma = \begin{vmatrix} 600 & 0,0 & 32 \\ 0,0 & 170 & 0,0 \\ 32 & 0,0 & -520 \end{vmatrix}$$

Определит, в каком состоянии находятся образцы, если:

$$\sigma_T = 450 \text{ МПа};$$

$$\sigma_T = 180 \text{ МПа};$$

$$\sigma_T = 910 \text{ МПа};$$

Задача 12.2

Плоская листовая заготовка из стали 08КП с пределом текучести $\sigma_T=246\text{МПа}$ нагружена так, что ее напряженное состояние описывается тензором:

$$T_\sigma = \begin{vmatrix} 180 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & \sigma_3 \end{vmatrix}$$

Каким должно быть напряжение σ_3 , чтобы заготовка деформировалась пластически

5. ТЕМА: «МЕХАНИЧЕСКИЕ СХЕМЫ НАПРЯЖЕННОГО И ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ»

5.1. Занятия № 13

«Показатель схемы напряженного состояния и предельная пластичность»

На усилии деформирования и предельно возможную до разрушения степень деформации процессов обработки металлов давлением существенное влияние оказывает коэффициент жесткости схемы напряженного состояния, который определяется по формуле:

$$\Pi = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_i}, \quad (1)$$

где Π – показатель схемы напряженного состояния или коэффициент жесткости;

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – главные напряжения в очаге пластической деформации для рассматриваемого процесса МПа;

σ_i – интенсивность напряжений МПа.

Технологические процессы, в которых величина Π положительна, относятся к процессам с "жесткой" схемой напряженного состояния. Например, при растяжении образца $\Pi = +1$.

Технологические процессы, в которых величина Π отрицательна, относятся к процессам с "мягкой" схемой напряженного состояния. Например, при выдавливании (прессовании) значение Π доходит до -6.

Задача 13.1

При растяжении цилиндрических образцов с наложением давления жидкости предельная пластичность e_{np} углеродистой стали описывается уравнением $e_{np} = 0,62 + 2,1 \cdot 10^{-3} \cdot (p - 190)$, где p – давление жидкости в МПа. Определить e_{np} для $p < 1000$ МПа и построить график $e_{np} - p$.

Задача 13.2

При прессовании прутков из титанового сплава BT9 показатель жесткости схемы напряженного состояния Π равен (-4), а степень деформации сдвига $\lambda = 1,8$. Пользуясь диаграммой пластичности (рис. 10) определить, возможна ли такая операция

без разрушения. Показать, что необходимо сделать, чтобы обеспечить устойчивое производство без брака.

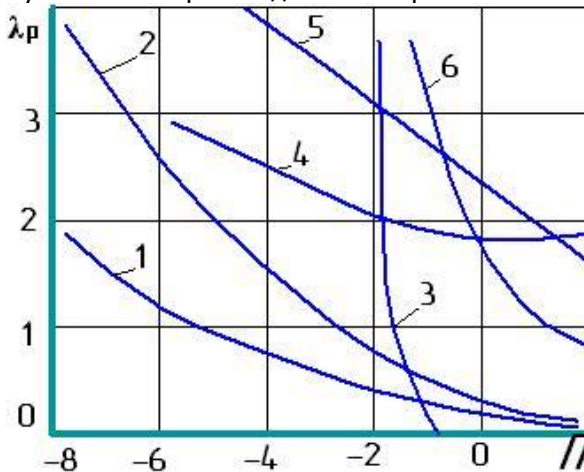


Рисунок 10 - Диаграмма пластичности различных материалов: 1 – бериллий; 2 – титановый сплав ВТ9; 3 – цинк литой; 4 – сталь Х18Н10Т; 5 – медь; 6 - алюминиевый сплав Д16.

5.2. Занятия № 14

«Влияние механических схем напряженного состояния на пластичность материала»

Задача 14.1

Рассчитать показатель напряженного состояния и удельное усилие деформирования для процессов прессования и волочения, используя приведенные зависимости и заданные размеры образца (рис.11). Начертить схему деформированного состояния для этих процессов (рис.12). Пользуясь графиками определить влияние показателя схемы напряженного состояния Π на усилие деформирования и предельную степень деформации сдвига до разрушения. Сделать выводы.

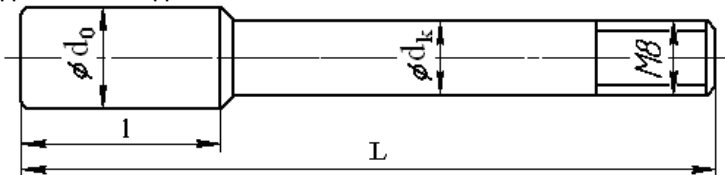


Рисунок 11 Деформируемый образец

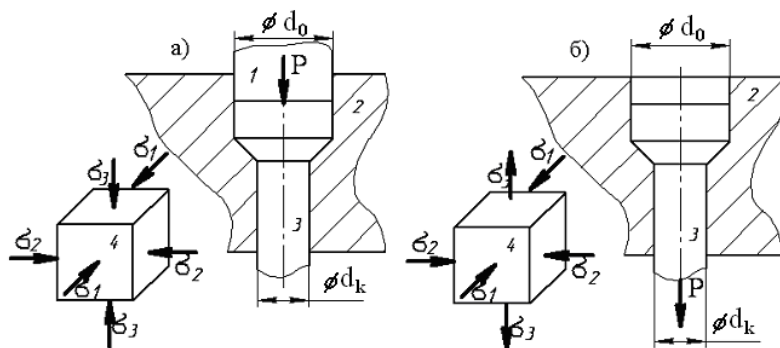


Рисунок 12 - Принципиальные схемы процессов прессования (а) и волочения (б): 1 – пуансон; 2 – матрица; 3 – образец; 4 – схема напряженного состояния

Для принятых размеров образца, деформирующего инструмента и контактных условий рассчитать показатель напряженного состояния:

$$\text{для прессования } \mathbf{П} = 3,6 - 2,37 \left(1 + \frac{d_0}{d_k} \right)$$

$$\text{для волочения } \mathbf{П} = 2 \times (1 + \mu \times \operatorname{ctg} \alpha) \times \ln \frac{F_0}{F_k} + 1,37 \sigma_0 - 1,33,$$

где d_0 и d_k – начальный и конечный диаметр образца, 9,8 и 9,6 соответственно;

F_0 F_k – начальная и конечная площадь поперечного сечения образца;

μ – показатель трения, $\mu = 0,3$;

σ_0 – противонапряжение, $\sigma_0 = 0$;

α – угол конусного участка матрицы, $\alpha = 15^\circ$;

Рассчитать удельные усилия (МПа) по приведенным формулам:

для прессования

$$q_{сп}^{np} = \bar{\sigma} \left(\frac{1+B}{B} \right) \left[\left(\frac{d_0}{d_k} \right)^{2B} - 1 \right]$$

для волочения

$$q_{ср}^{вол} = \bar{\sigma} \left(\frac{1+B}{B} \right) \left[1 - \left(\frac{d_k}{d_0} \right)^{2B} \right],$$

где $\bar{\sigma} = \beta \times \sigma_s$;

β – коэффициент Лодэ, $\beta = 1,1$;

σ_s – предел текучести материала деформируемого образца,

$\sigma_s = 320 \text{ МПа}$;

$B = \mu \times \text{ctg} \alpha$.

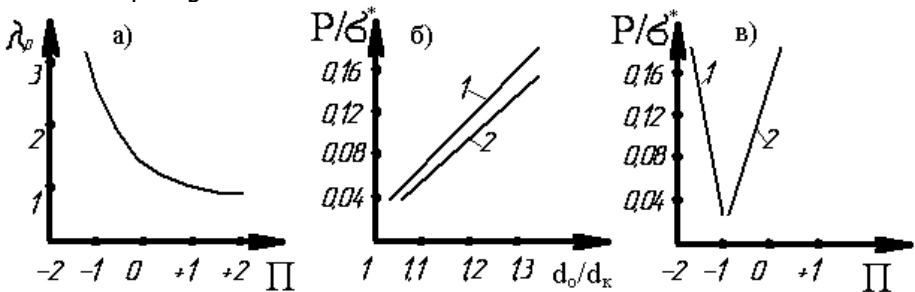


Рисунок 13 - Связь между показателем схемы напряженного состояния и предельной степенью деформации сдвига до разрушения (а), зависимость относительного усилия деформирования при прессовании (1) и волочении (2) от степени деформации (б) и показателя схемы напряженного состояния (в)

Пользуясь графиками (рисунок 13) сделать выводы о влиянии коэффициент жесткости схемы напряженного состояния (Π) на параметры процессов деформирования.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Ивлев Д.Д. Теория предельного состояния и идеальной пластичности: избр. Работы/ Д.Д. Ивлев .- Воронеж: Воронеж. гос. ун-т, 2005. – 357с.

2. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1. – М.: «Наука», 1983. – 528

с. Т. 2. – М.: «Наука», 1983. – 560 с.

3. Рабинович Н.Р. Инженерные задачи механики сплошной среды в

бурении. – М.: «Недра», 1989. – 270 с.

4. Резников Ю.Н., Ефремова Е.А., Вовченко А.В. Инженерная механика твердого тела: Учеб. пособие. Ростов-на-Дону: Издательский центр ДГТУ. 1998. – 167с.

4. Сторожев М.В., Попов Е.А. Теория обработки металлов давлением. Учебник для вузов. Изд. 4, перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1977. – 423с.

5. Евстратов В.А. Теория обработки металлов давлением. Харьков: Вища школа. Изд-во при Харьк. ун-те, 1981.- 248с.