Гидрогазодинамика

Кафедра «Водоснабжение и водоотведение»

Лекционный курс

Авторы

Цурикова Е.Г., Щуцкая Е.Е., Смолянеченко А.С., Шишова О.П., Харитонова Т.А.

Ростов-на-Дону,
2016

Аннотация

Лекционный курс предназначен для студентов направления 08.03.01 – Строительство.

Авторы

к.т.н., доцент Цурикова Е.Г.,

к.т.н., доцент Щуцкая Е.Е.,

к.т.н., ассистент Смолянеченко А.С.,

ассистент Шишова О.П.,

инженер Харитонова Т.А.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Лекция 1

1.1. Введение.
1.2. Основные понятия и определения.
1.3. Основные физические свойства жидкостей.
1.4. Гидростатика. Гидростатическое давление. Сила гидростатического давления. Свойства гидростатического давления.
1.5. Гидростатика.
Гидростатическое давление. Сила гидростатического давления.
1.6.Свойства гидростатического давления.

1.1. Введение

Гидравликой называют прикладную науку о законах движения и равновесия жидкостей и о способах применения этих законов к решению конкретных технических задач. Практическое значение гидравлики очень велико, так как она является основой ряда специальных дисциплин.

Изучением покоя и движения жидкостей занималась гидромеханика, представляющая собой раздел теоретической механики. Основные законы и исходные уравнения гидромеханики были получены крупнейшими учеными математиками [Эйлер, Лагранж, Бернулли]. Их исследования носили главным образом теоретический характер и включали ряд допущений в отношении физических свойств жидкости, таким образом, давая скорее качественную, нежели количественную оценку явлений, это приводило к значительным расхождениям с данными опытов. Поэтому естественно, что гидромеханика не могла удовлетворить запросы практики, возросшие в связи с бурным ростом техники в 19 веке. Это привело к развитию прикладной науки - гидравлики, в развитии которой большую роль сыграли труды Шези, Дарси, Буссинеска, Вейсбаха, Н.Е. Жуковского.

В отличие от гидромеханики в гидравлике выводы строятся на основе упрощенных схем различных явлений и в теоретические уравнения вводились эмпирические коэффициенты, получаемые в результате опытных данных. Так например при исследовании движения потока жидкости в гидравлике ограничиваются определением средних скоростей движения и средних давлений в потоке, в то время как в гидромеханике рассматривают изменение этих величин в потоке при переходе от одной точки к другой.

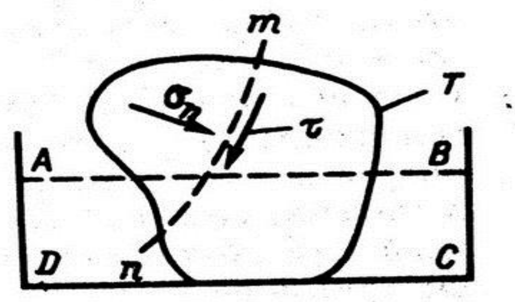
Методы исследования, применяемые в гидравлике и гидромеханике, резко отличались, и эти две науки развивались обособленно. Но с течением времени их отличия стирались и, в связи с работами ученого Л. Прандталя, были устранены в значительной мере существенные недостатки, свойственные, как гидравлике - сугубо эмпирической науке [науке опытных формул и экспериментов], так и гидромеханике - преимущественно имеющей теоретический характер.

Современная гидравлика - это наука, в которой теория и опыт взаимно обогащаются и дополняются. Гидравлика широко использует методы и результаты теоретической гидромеханики. По существу это два направления одной науки **'Гидромеханики'; гидромеханика теоретическая и техническая [гидравлика].** Известно, что различают твердые, жидкие и газообразные тела, а также плазму. При изменении температуры или давления жидкое тело может переходить в твердое или газообразное. При очень высоких давлениях в воде могут появиться кристаллы льда, а при низком пузырьки пара. Плазма – наиболее распространенное состояние вещества в космосе. Плазму считают высокотемпературной, ее температуры находятся за пределами $+10^{6}– 10^{7}$, или $-10^{3}– 10^{4}$ К. 273,16 К. = 1

Жидкость есть физическое тело, обладающее двумя особыми свойствами:

- она весьма мало изменяет свой объем при изменении давления или температуры [в этом она сходна с твердым телом],

- она обладает текучестью, то есть она не имеет собственной формы и принимает форму того сосуда, в котором она находится [в этом она сходна с газом].



Чтобы пояснить свойство текучести жидкого тела, рассмотрим твердое тело **Т**. В этом теле, под действием собственного веса должны возникнуть соответствующие напряжения. Если наметить произвольное сечение **mn** данного тела, то в этом сечении, так же как и в любом другом сечении помимо нормальных напряжений σ, будут возникать еще и касательные напряжения τ, то есть напряжения действующие вдоль намеченного сечения [касательно к нему]. Теперь представим себе, что тело Т, находясь в покое приобрело такое состояние своего вещества, при котором оно оказывается неспособным воспринимать касательные напряжения τ, вызываемые собственным весом. При этом, очевидно, что тело **Т** под действием собственного веса начнет растекаться и в конечном счете примет форму сосуда **АВСД**.

Очевидно, что **текучесть** рассматриваемого тела обуславливается тем, что оно в покоящемся состоянии не способно сопротивляться внутренним касательным усилиям, то есть, усилиям, действующим вдоль поверхности сдвига. Или можно сказать, что второе свойство жидкости [текучесть] заключается в том, что в отличие от твердого тела, находясь в покое, не может иметь касательных напряжений, и именно поэтому она принимает форму сосуда, в котором заключена.

Говоря далее о жидкости, как ее пример, часто будем иметь в виду воду, которая характеризуется двумя упомянутыми свойствами [текучестью и малой сжимаемостью под действием силы].

1.2. Основные понятия и определения

Как мы уже уяснили, **жидкими телами, или жидкостями**, называют физические тела, легко изменяющие свою форму под действием самых незначительных сил. В отличии от твердых тел, жидкости характеризуются весьма большой подвижностью своих частиц и поэтому обладают свойством текучести и способностью принимать форму сосуда, в который они налиты.

Различают капельные и газообразные жидкости.

Капельные - это жидкости, встречающиеся в природе и применяемые в технике - бензин, вода, нефть и т.д. Все капельные жидкости оказывают большое сопротивление изменению объема и трудно поддаются сжатию. При изменении давления и температуры их объем меняется незначительно.

Газообразные жидкости [газы] изменяют свой объем под влиянием указанных факторов в значительной степени. Поскольку газ также обладает свойством текучести, то многие теоретические положения, разработанные применительно к жидкому телу, могут быть распространены и на случай газообразных тел. Но этим вопросом занимается своя дисциплина именуемая **'Аэромеханикой'**. В гидравлике обычно изучают капельные жидкости, для краткости их называют просто жидкостями.

Капельные жидкости практически не оказывают заметного сопротивления растягивающим усилиям. Силы сцепления, существующие между молекулами этих жидкостей проявляются только на их поверхности в виде так называемых сил поверхностного натяжения, где и обнаруживается сопротивляемость жидкости разрыву. Этим объясняется существование тонкой пленки мыльного пузыря, образование капли, удерживаемой от падения и т.п. Силы сопротивления разрыву ничтожно малы. Например, для разрыва воды достаточна сила, примерно в 10 млн. раз меньшая силы, необходимой для разрыва стали. Поэтому при решении задач гидравлики считают, что растягивающие усилия в жидкости отсутствуют.

Вместе с тем заметим, что капельные жидкости оказывают существенное сопротивление сдвигающим силам, которое проявляется при движении жидкости в виде сил внутреннего трения. Правильный учет сил внутреннего трения при движении жидкости - одна из основных задач гидравлики.

В гидравлике жидкость рассматривается как совокупность материальных точек [частиц] в ограниченном объеме. Размеры этих частиц принимаются бесконечно малыми. Но они никак не сопоставимы с размерами молекул во много раз меньших, из которых в действительности состоит жидкость. Физически подобные частицы представляют собой как бы некоторую достаточно большую их совокупность. При этом предполагается, что жидкость, заполняет рассматриваемый объем сплошь, без каких бы то ни было пустот и, таким образом, представляет собой сплошную среду - континуум.

Различают:

твердые поверхности, ограничивающие объем жидкости [стенки и дно сосудов, заключающих жидкость], и

свободные поверхности, по которым жидкость граничит с другими жидкостями или газами [поверхность касания жидкости с воздухом в открытом сосуде].

Силы, действующие на ограниченный объем жидкости, в гидравлике, как и в теоретической механике, принято делить на внутренние и внешние.

Внутренние - это силы взаимодействия между отдельными частицами рассматриваемого объема жидкости.

Внешние силы делятся на **поверхностные**, приложенные к поверхностям, ограничивающий объем жидкости [например, силы действующие на свободную поверхность, силы реакции стенок и дна сосуда], и на **массовые или объемные** непрерывно распределенные по всему объему жидкости [сила тяжести, сила инерции]. В гидравлике как массовые, так и поверхностные силы обычно рассматривают в виде единичных сил; массовые силы относят к единице массы, а поверхностные - к единице площади. Единичная массовая сила, числено равна соответствующему ускорению. Единичная поверхностная сила представляет собой напряжение этой силы и в общем случае раскладывается на составляющие - нормальное напряжение [гидромеханическое давление] и напряжение касательное.

Для упрощения ряда теоретических выводов и исследований в гидравлике иногда используют понятие **идеальной**, совершенной, невязкой жидкости обладающей абсолютным отсутствием температурного расширения и вязкости. Идеальная жидкость - жидкость фиктивная, не существующая в действительности.

Реальные жидкости обладают ничтожно малыми степенями сжимаемости, температурного расширения и сопротивлению растяжения, которые обычно не учитываются и вязкостью. Поэтому иногда реальную жидкость называют вязкой и несовершенной, а идеальную невязкой.

1.3. Основные физические свойства жидкостей

Состояние и поведение встречающихся в природе и применяемых в технике жидкостей находятся в зависимости от их физических свойств. Поэтому необходимо определить физические свойства жидкостей, выявить факторы, влияющие на них и установить единицы их измерения.

Основными единицами в Международной системе единиц [СИ] являются

для длины – **метр** [м], для времени - **секунда**[с], для массы - **килограмм**[кг],

для термодинамической температуры - **кельвин**[К], единицей силы в СИ служит сила, сообщающая массе в 1 кг ускорение, равное 1$\frac{м}{с^2}$, ее называют **ньютоном**[Н],

1Н = $\frac{кг}{м\,с^2}$.

Применяют укрупненные единицы – килоньютон 1кН = 10^3Н,

меганьютон - 1 МН = 10^6Н.

Для измерения гидромеханического давления (напряжения), представляющего собой силу, отнесенную к площади, принят ньютон на квадратный метр [$\frac{н}{м^2}$], принимают единицу измерения принят **паскаль** – Па = $\frac{н}{м^2}$.

Укрупненные единицы соответственно килопаскаль 1 10^3 = кПа и мегапаскаль 1 10^6 = Мпа.

Единица давления, равная 10^5Па = 1бар, носит название бара.

1 тех.атм = 10 м.вод.ст. = 735 мм.рт.ст. = 1 $\frac{кгс}{см^2}$ = 0,981 бар. = = 98066 Па = 980665 $\frac{дин}{см^2}$

Рассмотрим физические свойства жидкостей, с которыми сталкиваются при гидравлических расчетах.

Плотность. Плотностью называют количество массы m жидкости, содержащейся в единице объема V, ее обозначают буквой ρ и определяют из отношения $\rho = \frac{m}{V}$

Единицей плотности является килограмм на кубический метр $\frac{кг}{м^3}$.

Плотности обычных капельных жидкостей [за исключением ртути] близки к плотности воды и слабо изменяются под действием давления и температуры. С повышением температуры плотность жидкостей, обычно уменьшается. Некоторым исключением из этого правила является вода при температуре от 0 до 4^0С. В этом интервале температур наибольшую плотность вода имеет при 4^0С.

Плотность жидкости определяют различными способами. В производственных условиях обычно плотность определяют **ареометрами**.

Ареометр представляет собой удлиненный пустотелый стеклянный цилиндр. Он градуирован и имеет две шкалы - ареометрическую А, показывающую плотность жидкости, и термометрическую шкалу В, показывающую температуру жидкости во время опыта. Для измерения плотности ареометр погружают в сосуд с исследуемой жидкостью. Благодаря грузу, находящемуся в нижней его части [обычно ртуть или дробь], ареометр плавает, сохраняя вертикальное положение. Деление на ареометрической шкале, до которого он погружается показывает значение плотности [отсчет ведут по верхнему краю мениска жидкости].

Газообразные жидкости по сравнению с капельными обладают значительно меньшей плотностью, которая подвержена большим изменениям в зависимости от давления и температуры.

Удельный вес. Удельным или объемным весом жидкости [удел. силой тяжести] γ называют вес **G** единицы ее объема **V.**

$$\gamma = \frac{G}{V}.$$

Удельный вес и плотность связаны между собой важной зависимостью, которую широко используют при гидравлических расчетах $\gamma = \mathbf{g}\rho$.

Умножив обе части выражения на **g** , получим

$$\mathbf{g}\,\rho = \frac{g\,m}{V} = \frac{G}{V}.$$

Но так как $\frac{G}{V}$ есть удельный вес γ , то очевидно что $\gamma = \mathbf{g}\rho$.

Следует отметить, что удельный вес не является величиной постоянной, так как он зависит от ускорения силы тяжести, которое в свою очередь зависит от места измерения. Но при решении гидравлических задач использование удельного веса удобно. В таких случаях рекомендуют определять по уравнению, умножая плотность жидкости ρ на ускорение силы тяжести **g** в пункте измерения. Обычно изменение **g** незначительно, поэтому им часто пренебрегают принимая

$\mathbf{g} = 9{,}81\ \frac{м}{с^2} = \mathbf{const}$ и используют при расчетах среднее значение удельного веса, соответствующее этому ускорению.

Сжимаемость жидкостей характеризуется коэффициентом сжимаемости [или объемного сжатия] β_V, представляющим относительное изменение объема ΔV жидкости на единицу изменения объема Δp.

$$\beta_V = -\frac{1}{V}\frac{\Delta V}{\Delta p}.$$

Знак минус означает, что положительному приращению [то есть увеличению] давления **p** соответствует отрицательное приращение [уменьшение] объема **V** . Коэффициент сжимаемости измеряется в квадратных метрах на ньютон $[\frac{м^2}{н}]$, то есть он обратен единице гидромеханического давления.

Величина обратная коэффициенту сжимаемости, называется **модулем объемной упругости жидкости** и обозначается

$$K = \frac{1}{\beta_V}$$

Единицей измерения модуля объемной упругости является ньютон на квадратный метр $[\frac{Н}{м^2}]$. Модуль объемной упругости, как и коэффициент сжимаемости, непостоянен. Он меняется в зависимости от давления и температуры. Из-за малой сжимаемости капельных жидкостей и малого влияния на рассматриваемые в гидравлике явления при расчетах сжимаемостью жидкостей пренебрегают, считая жидкости несжимаемыми. Исключение составляют отдельные случаи [например гидравлический удар], которые всегда оговаривают.

Температурное расширение . Изменение объема жидкости в зависимости то температуры [температурное расширение] характеризуется температурным коэффициентом объемного расширения β_t , выражающим относительное изменение объема жидкости ΔV при повышении ее температуры Δt на 1^0С :

$$\beta_t = \frac{1}{V}\frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Здесь **V** - первоначальный объем жидкости. Единицей температурного коэффициента объемного расширения является кельвин в минус первой степени [$К^{-1}$] или градус Цельсия в минус первой степени [$^oС^{-1}$]. Температурный коэффициент объемного расширения для несжимаемых жидкостей ничтожно мал, обычно в гидравлических расчетах температурное расширение жидкостей не учитывают.

Давлением насыщенных паров жидкости, или упругостью паров, называют давление, при котором пары жидкости находятся в равновесии с жидкостью и число молекул, переходящих из жидкости в пар, равно числу молекул, совершающих обратный переход.

Давление насыщенных паров жидкостей в значительной степени зависит от температуры и, обычно, увеличивается с ее повышением.

Давление насыщенных паров жидкости определяется, так же как и давление, соответствующее точке кипения жидкости при данной температуре. Если в каком либо сосуде [трубопроводе, резервуаре] $p_{н.п.} = p_{абс.}$ - жидкость в нем будет кипеть и сам сосуд будет наполняться ее парами.

Поверхностное натяжение [капиллярность]. Это свойство жидкости обусловлено силами взаимного притяжения, возникающими между частицами поверхностного слоя и вызывающими напряженное его состояние. Под действием указанных сил поверхность жидкости оказывается как бы покрытой равномерно натянутой тонкой пленкой, которая стремиться придать объему жидкости форму с наименьшей поверхностью.

Силы поверхностного натяжения оказывают на жидкость дополнительное давление, нормальное к ее поверхности. Это давление измеряется в ньютонах на квадратный метр [$Н/м^2$]

и может быть определено по формуле Лапласа;

$$p = \sigma \left[\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right],$$ где

σ - коэффициент поверхностного натяжения;

r_1, r_2 - радиусы кривизны кривых, получаемых при пересечении поверхности жидкости любыми двумя взаимно перпендикулярными плоскостями, проведенными через нормаль к этой поверхности в какой-либо точке.

Обычно с повышением температуры поверхностное натяжение жидкостей уменьшается.

Особенно сильно поверхностное натяжение проявляется в трубках малого диаметра [капиллярных], где благодаря действию дополнительного давления, вызываемого этим натяжением, положение поверхности жидкости изменяется по сравнению с нормальным ее уровнем [капиллярность]. Для капиллярных трубок формула [12] принимает вид

$$p = \frac{2\sigma}{r},$$

где **r** - радиус трубки.

Возможны два изменения уровня: поднятие, если жидкость смачивает стенки [вода], и опускание, если жидкость не смачивает стенки [ртуть].

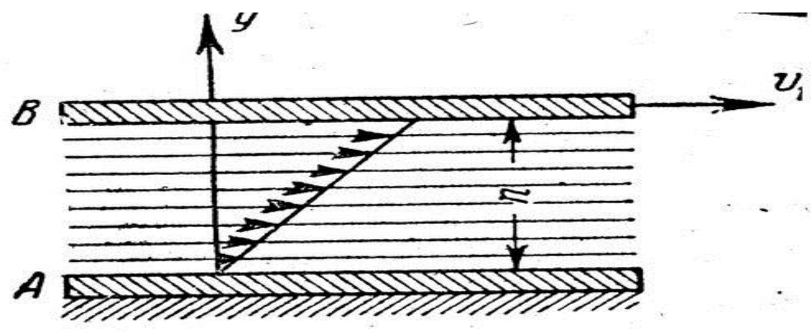
Силы поверхностного натяжения приходится учитывать при исследовании таких гидравлических явлений, как движение жидкости в капиллярных трубках измерительных приборов, где явление капиллярности может значительно исказить результаты измерений. В обычных гидравлических расчетах влиянием этих сил из-за их незначительности пренебрегают.

Вязкость жидкости и законы внутреннего трения.

Вязкостью называют свойство реальных жидкостей оказывать сопротивление сдвигающим касательным усилиям. Это свойство не может быть обнаружено при покое жидкости, так как оно проявляется лишь при ее движении.

Чтобы выявить физическую сущность понятия вязкости, рассмотрим следующую схему. Пусть имеются две параллельные пластинки А и В. В пространстве между ними заключена жидкость. Нижняя пластинка пусть будет неподвижна, а верхняя движется поступательно, с некоторой постоянной скоростью υ_1. При этом, как показывает опыт, слои жидкости, прилегающие непосредственно к пластинкам [прилипшие], будут иметь одинаковые скорости, то есть слой, прилегающий к верхней пластинке, будет двигаться со скоростью υ_1, а слой прилегающий к нижней пластинке, будет находиться в покое. Промежуточные слои будут скользить один по другому со скоростью, пропорциональной их расстоянию до нижней пластинки. Если расстояние между пластинками обозначить **n**, то скорость υ_y слоя жидкости, находящегося на расстоянии **y** от этой пластинки, будет равна

$$\upsilon_1 = \left[\frac{y}{n}\right].$$



Еще Ньютон высказал предположение [подтвержденное опытом], что силы сопротивления, возникающие при таком скольжении слоев, пропорциональны площади соприкосновения слоев и скорости скольжения. Тогда приняв площадь соприкосновения равной единице можно записать

$$\tau = \mu\left[\frac{dv}{dy}\right],$$ где

τ - сила сопротивления, отнесенная к единице площади, или напряжение трения;

μ - коэффициент пропорциональности, зависящий от рода жидкости, или динамическая вязкость жидкости;

$d\upsilon/dy$ - изменения скорости в направлении, нормальном к направлению самой скорости, называют **градиентом скорости**, или **скоростью сдвига**.

Таким образом, **вязкость** есть физическое свойство жидкости характеризующее ее сопротивляемость скольжению или сдвигу.

[в схеме представленной на рис. . очевидно **$dv/dy= v_1/n$**]. В дальнейшем скорость сдвига будем обозначать также γ, тогда вместо уравнения 14 запишем

$\tau = \mu\gamma$, или $\gamma = \frac{\tau}{\mu}$.

Практически вязкость определяют опытным путем при помощи специальных приборов, называемых **вискозиметрами.**

Единицей измерения динамической вязкости является паскаль на секунду (Па с), иногда измеряют пуазами 1Па с=10П.

В гидравлике часто пользуются величиной, получаемой в результате деления динамической вязкости на плотность. Ее называют кинематической вязкостью и обозначают ν . В соответствии с определением кинематическая вязкость $\nu = \frac{\mu}{\rho}$

Единицей кинематической вязкости является квадратный метр на секунду [$\frac{м^2}{с}$], иногда в стоксах 1[$\frac{см^2}{с}$]=1 Ст.

Величину обратную динамической вязкости называют **текучестью**

$\xi = 1/\mu$

Как показывают многочисленные наблюдения, вязкость жидкости уменьшается с повышением температуры.

Вязкость жидкостей, как свидетельствуют опыты, меняется при изменении давления. Но изменения вязкости жидкостей при давлениях встречающихся в практике [до 20 Мпа] и при обычных гидравлических расчетах не учитываются.

При практических расчетах к выбору значений вязкости следует подходить очень осторожно. В каждом отдельном случае необходимо основываться на данных специальных лабораторных исследований.

Гидростатика.

1.5. Гидростатическое давление. Сила гидростатического давления

Гидростатикой называют раздел гидравлики, в котором рассматриваются законы равновесия жидкостей и практическое приложение этих законов.

Касательные напряжения в покоящейся жидкости всегда равны нулю [$\tau=0$]. Также мы исключили возможность существования в жидкости [покоящейся или движущейся] растягивающих напряжений. Значит считаем, рассматривая покоящуюся жидкость, что в любой ее точке мы можем иметь только **нормальные напряжения**;

$\sigma = \sigma_n$.

Основным понятием гидростатики является понятие гидростатического давления в данной точке покоящейся жидкости. Это давление принято обозначать **p** и для краткости именовать '**гидростатическим давлением**'.

В случае покоящейся жидкости гидростатическим давлением **p** в данной точке называют скалярную величину [скалярными величинами называют величины, которые вполне могут быть охарактеризованы числами - длина, площадь, температура, плотность и т.д.], равную модулю [значению] напряжения σ в рассматриваемой точке

p=$|\sigma|$**,** где $|\sigma|$ **-** модуль напряжения σ [независящий от ориентировки - от угла наклона - площадки действия, намечаемой в рассматриваемой точке, т.е. относящийся к случаю, когда τ **= 0**].

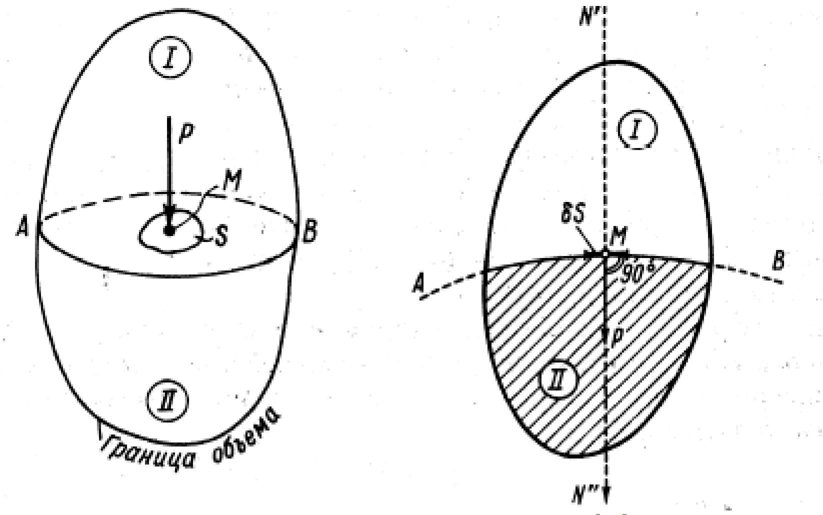
Поясним гидростатическое давление **p** следующим образом. Представим на рисунке

произвольный объем покоящейся жидкости. Наметим внутри этого объема точку **M** и проведем через нее произвольную поверхность **AB**. Такая поверхность рассечет данный объем жидкости на два отсека; **1** и **2** . Выделим у точки **M** на поверхности **AB** некоторую площадь **S**.

Через поверхность **AB** будет передаваться сила давления со стороны отсека **1** на отсек **2.** Часть этой силы, обозначаемая нами через **P,** должна приходиться на выделенную площадь **S**.

Сила **P,** действующая на рассматриваемую площадь **S**, называется **<u>силой гидростатического давления [или суммарным гидростатическим давлением].</u>**

Сила **P** по отношению к отсеку **2** является <u>внешней поверхностной силой</u> ; по отношению же ко всему объему жидкости, состоящему из двух отсеков [**2** и **1**], она является силой <u>внутренней.</u> Силе **P** отвечает реакция [той же величины, что и сила **P**], действующая со стороны отсека **2** на отсек **1**. Поэтому силу **P** следует рассматривать как силу <u>парную</u>.



Разделив модуль [значение] $|\mathbf{P}|$ на **S,** получим $\frac{|P|}{S}$ **=** $\mathbf{p_{cp}}$**,**

где величина $\mathbf{p_{cp.}}$ представляет значение той силы, которая приходится в среднем на единицу рассматриваемой площади **S;**

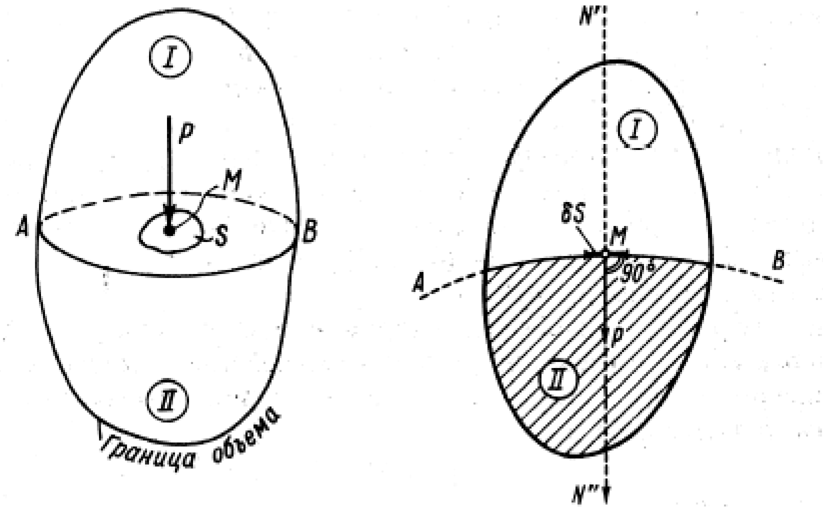
$\mathbf{p_{cp.}}$ - называют **<u>средним гидростатическим давлением .</u>**

Если представить, что в формуле 20 площадь **S** стремиться к нулю[так, чтобы точка **M** всегда находилась внутри контура площадки **S,** стягиваемого в точку], то величина $\mathbf{p_{cp.}}$ будет стремится к определенному пределу. Этот предел выражает значение [модуль] напряжения σ**,** а следовательно, и значение **p** в намеченной точке **M**. $\mathbf{p} = \lim_{S\to 0}[\frac{|P|}{S}]$. Величины $\mathbf{p_{cp.}}$ и **p** имеют размерность силы, деленной на площадь [$\frac{н}{м^2}$, $\frac{кгс}{см^2}$ и т.д.]. Из вышесказанного можно видеть, что гидростатическое давление **p** и гидростатическое напряжение σ обладают двумя свойствами.

1.6. Свойства гидростатического давления

Первое свойство. Гидростатическое давление **p,** действует нормально к площадке действия и является сжимающим, то есть оно направлено внутрь того объема жидкости [или твердого тела, ограничивающего жидкость], который мы рассматриваем.

На рисунке представлен некоторый объем жидкости, находящийся в покое, рассеченный поверхностью **AB** на два отсека **1** и **2** . Как отмечалось выше, отсек **1** будет с некоторой силой давить на поверхность **AB** отсека **2**; и с такой же силой , но обратной по направлению, отсек **2** будет давить на поверхность **AB** отсека **1**. Условимся далее рассматривать только отсек **2**, покрытый на чертеже штриховкой. При этом нам придется интересоваться первой названной силой, то есть приложенной к отсеку **2** , со стороны отсека **1**.



Второе свойство. Гидростатическое давление **p** в данной точке не зависит от ориентировки, то есть от угла наклона площадки

Вопросы по лекционному материалу.

1.Основные свойства жидкой и газообразной сред (общие и отличительные).
2.Капельные и газообразные жидкости.
3.Твердые и свободные поверхности.
4.Внутренние и внешние (массовые и поверхностные) силы.
5.Идеальная и реальная жидкости.
6.Физические свойства жидкостей и единицы их измерения.
7.Что такое гидростатика?
8.Что такое гидростатическое давление и в чем оно измеряется?
9. Что такое сила гидростатического давления и в чем она измеряется?
10.Какие свойства гидростатического давления Вы знаете?

Лекция 2

2.1. Основной закон гидростатики.
2.2. Закон Паскаля.
2.3. Законы сообщающихся сосудов.
2.4. Приборы для измерения давления.
2.5. Оценка достоверности результатов измерений.
2.6. Простейшие гидравлические машины.

2.1. Основной закон гидростатики

Выделим в жидкости вертикальную призму сечением **ΔF** и высотой **h** и спроектируем все приложенные к ней силы на вертикальную ось. Поскольку проекции сил давления на боковые грани призмы равны нулю, уравнение равновесия получит вид

$$p\,\Delta F = p_1\,\Delta F + \rho g\,h\,\Delta F,$$

где p_1 p - среднее давление, на верхний и нижний торец призмы.

Отсюда $p = p_1 + \rho g\,h$

Если верхний торец призмы совпадает со свободной поверхностью жидкости, давление на которой равно $p_o = p_1$, будем иметь $p = p_o + \rho g\,h$

<u>Это уравнение является фундаментальным и называется основным уравнением гидростатики и показывает, что гидростатическое давление в любой точке покоящейся капельной жидкости равно давлению на свободной поверхности, сложенному с произведением удельного веса жидкости на глубину погружения этой точки под свободной поверхностью.</u>

2.2. Закон Паскаля

Из основного уравнения гидростатики следует весьма важное следствие. Рассмотрим давление в двух произвольно взятых точках 1 и *2* внутри одного и того же объема покоящейся жидкости. По предыдущему давление в каждой из них определится по уравнению $p = p_o + \rho\, g\, h$, значит для точек 1 и 2

$p_1 = p_o + \rho g\, h_1$ и $p_2 = p_o + \rho\, g\, h_2$

В этих выражениях

h_1 и h_2 — глубины погружения точек 1 и *2;*

p_o — давление на поверхности жидкости.

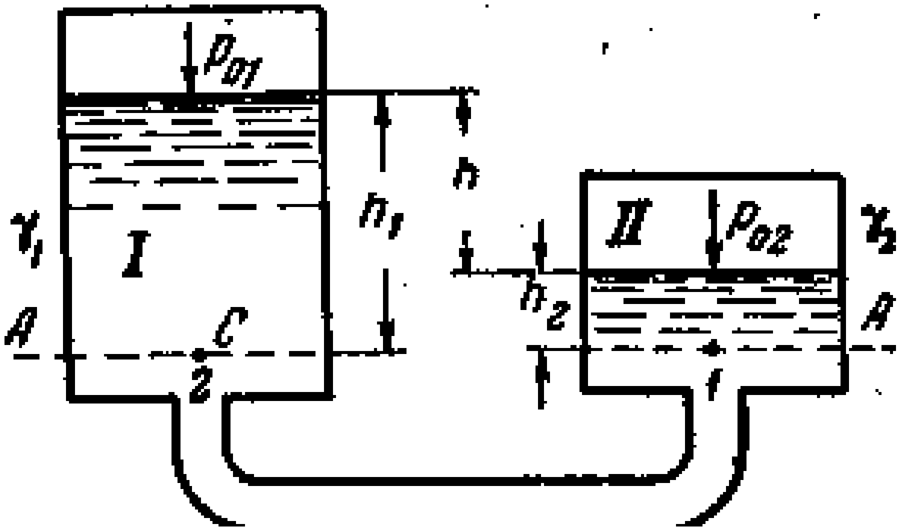
Если при помощи поршня или каким-либо другим способом увеличить давление на поверхности жидкости на величину Δp, то новое давление там будет $p_o + \Delta p$.

При этом давление в точках 1 и *2* тоже увеличится и будет:

$p_1 = p_o + \rho g\, h_1 + \Delta p$ и $p_2 = p_o + \rho g\, h_2 + \Delta p$

Сопоставляя полученные выражения, мы приходим к выводу, что **<u>давление в покоящейся жидкости передается во все точки с одинаковой силой без изменения. Это и есть выражение закона Паскаля.</u>**

2.3. Законы сообщающихся сосудов



Рассмотрим условия равновесия жидкости, находящейся в двух сообщающихся сосудах. Возможны четыре случая равновесия:

1) жидкости разнородны, давления на свободные поверхности одинаковы;
2) жидкости однородны, давления на свободные поверхности одинаковы.
3) жидкости однородны, давления на свободные поверхности разные;
4) жидкости разнородны, давления на свободные поверхности разные.

Пусть в двух закрытых и сообщающихся сосудах имеются две различные жидкости с объемными весами γ_1 и γ_2. Проведем через уровень раздела жидкостей горизонтальную плоскость и рассмотрим, как расположатся по высоте свободные поверхности. Очевидно, давления в точках 1 и 2, расположенных в плоскости раздела, равны, т. е.

$$p_1 = p_{o1} + \gamma_1 h_1$$

$$p_2 = p_{o2} + \gamma_2 h_2$$

Обозначив давления на свободных поверхностях в сосудах соответственно p_{o1} и p_{o2}, запишем уравнение равновесия:

$$p_{o1} + \gamma_1 h_1 = p_{o2} + \gamma_2 h_2$$

1. Если давления на поверхности уровня жидкости одинаковы, т. е. $p_{o1} = p_{o2}$ (например сосуды открыты), то

$\gamma_1 h_1 = \gamma_2 h_2$, откуда

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{h_1}{h_2}.$$

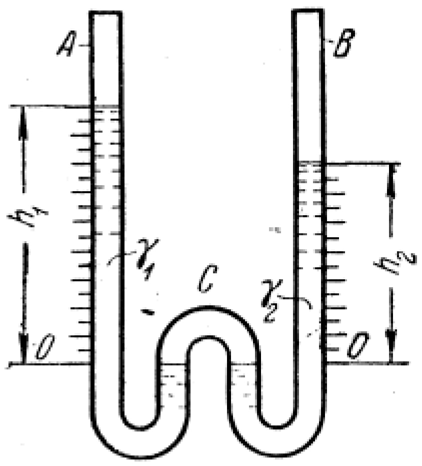
Таким образом, при равновесии двух разнородных жидкостей в сообщающихся сосудах при одинаковых давлениях на свободной поверхности высоты их уровней над плоскостью раздела будут обратно пропорциональны объемным весам.

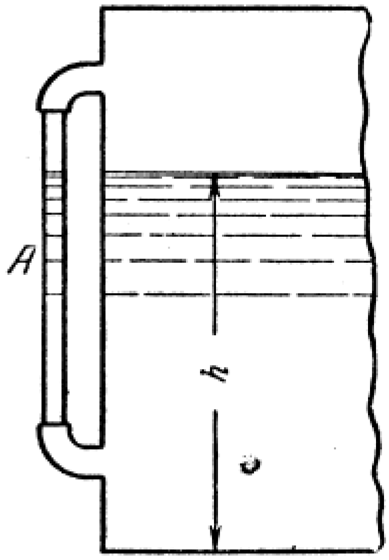
2. В случае, если жидкости однородны, т. е. $\gamma_1 = \gamma_2$, а давление на свободной поверхности в обоих сосудах одинаково $p_{o1} = p_{o2}$, тогда свободные уровни однородной жидкости в двух сообщающихся сосудах находятся на одной и той же высоте $h_1 = h_2$.

3. Если давления над свободными уровнями неодинаковы, а жидкости однородны, т.е. $p_{o1} - p_{o2} = \gamma (h_2 - h_1)$. В этом случае разность давлений на уровнях однородной жидкости в сообщающихся сосудах уравновешивается весом столба жидкости, с высотой, равной разности высот этих уровней.

4) Если жидкости разнородны, давления на свободные поверхности разные, то этот случай будет описываться равенством $p_{o1} + \gamma_1 h_1 = p_{o2} + \gamma_2 h_2$

На принципе сообщающихся сосудов, основано устройство прибора для определения плотности жидкости.





Сообщающиеся сосуды в нем вертикальные стеклянные трубки А и В соединены изогнутым коленом **С**. Одну из трубок заполняют исследуемой жидкостью, другую жидкостью известной плотности γ_1 [например водой], причем в таких количествах, чтобы уровни жидкостей в колене **С** находились на одной и той же отметке прибора **О**. Затем измеряют высоту стояния жидкостей в трубках **(h_1 и h_2)** и, зная, что высота обратно пропорциональна плотности, легко находят плотность исследуемой жидкости;

$$\gamma_2 = \gamma_1 \left(\frac{h_1}{h_2} \right).$$

Если оба сообщающихся сосуда будут заполнены одной и той же жидкостью, то $\gamma_2 = \gamma_1$ и $h_1 = h_2$, то есть высота стояния жидкости в этих сосудах будет одинакова. На этом основано устройство так называемых водомерных стекол А, применяемых для определения уровня жидкости **h** в закрытых сосудах [резервуарах, котлах и т.п.]

Принцип сообщающихся сосудов лежит в основе ряда других приборов, служащих для измерения давления и имеющих весьма широкое применение на практике.

2.4. Приборы для измерения давления

Приборы для измерения гидростатического давления можно разделить на две основные группы; жидкостные и механические.

Для измерения избыточного давления (выше атмосферного) применяются приборы, называемые пьезометрами и манометрами. Для измерения давлений меньше атмосферного применяются вакуумметры.

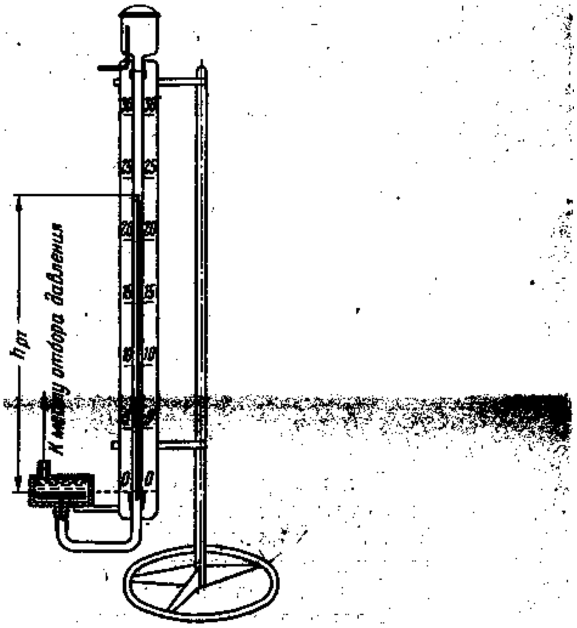
Простейшим жидкостным прибором является пьезометр. Пьезометры бывают только жидкостными. Гидростатическое давление измеряется при помощи пьезометров непосредственно по высоте столба жидкости, наполняющей резервуар, в котором это давление измеряется.

Пьезометр представляет собой прямую или изогнутую открытую с обеих сторон стеклянную трубку. Диаметр трубки должен быть не менее 8—10 *мм,* чтобы исключить ошибки при измерении, обусловленные подъемом жидкости вследствие влияния капиллярности.

Нижний конец пьезометра присоединяется на высоте той точки, в которой измеряется давление.

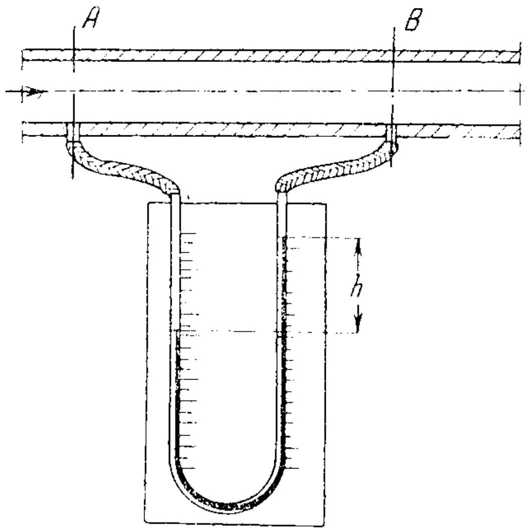
Пьезометры применяются при измерении относительно небольших давлений, 0,2 – 0,3 атм., так как для измерения больших давлений необходимы пьезометры слишком большой высоты. Например, для измерения давления, равного 1 ат (1 $\frac{кг}{см}$), необходим пьезометр высотой 10 *м.* Такой пьезометр трудно осуществить, еще труднее им пользоваться. Поэтому для измерения больших давлений применяются ртутные манометры.

Например - чашечный ртутный манометр, который представляет собой открытую с одного конца стеклянную трубку , которая соединяется с чашей, куда наливается ртуть. Трубка закрепляется на шкале с миллиметровыми делениями.



Ртутно-чашечный манометр.

Трубочка на крышке чаши манометра присоединяется к сосуду, в котором определяется манометрическое давление, Очевидно, давление в сосуде, более высокое по сравнению с атмосферным, заставит ртуть немного опуститься в чашке манометра и подняться в стеклянной трубке. Для измерения давления, равного 3 *ат,* нужен ртутный манометр с трубкой длиной более 2м**.** Прибор получается громоздким и неудобным для пользования. Поэтому ртутные манометры делаются на давления не более 3 *ат.*



Дифференциальный манометр.

Дифференциальный манометр - ртутный манометр, определяющий разность давлений в двух точках, называется дифференциальным манометром или, сокращенно, дифманометром. Малые давления измеряются при помощи *микроманометра* (манометра с наклонной шкалой). При помощи этих приборов измеряются также малые разряжения (вакуум). В этом случае приборы называют тягомерами.

Достоинствами жидкостных приборов является:

1.Большая точность.

2.Простота прибора.

Недостатками данных приборов являются:

1. Небольшой диапазон замеряемых давлений до 0,3 атм.

2.Хрупкость и громоздкость прибора.

3. Ртуть вредна.

Для измерений больших давлений и измерений, не требующих очень большой точности, применяются механические манометры. Простота, устройства и портативность делают их наиболее удобными приборами для измерения давлений свыше 1 *ат.*.

Наибольшее распространение имеют механические манометры трубчатого (пружинного) и мембранного (пластинчатого) типов.

Пружинные манометры изготовляются для измерений в пределах давлений 0,25—5000 ат, рабочим элементом этого прибора является пружина воспринимающая давление жидкости (пружина представляет собой латунную или медную трубку скрученную пружиной поэтому иногда эти приборы называют трубчатыми, один конец запаян а другой подсоединяют к месту где измеряют давление).

Достоинствами пружинных манометров является:

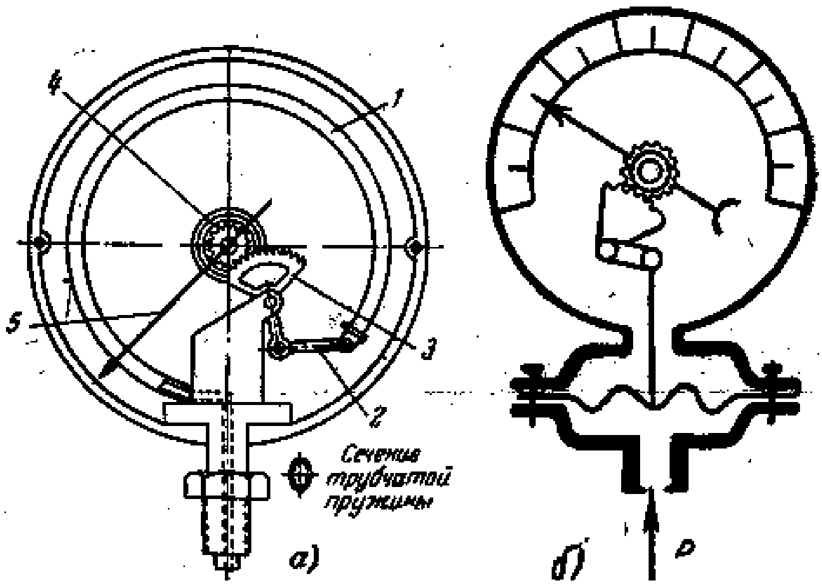
1.Большой диапазон замеряемых давлений.

2.Надежность прибора.

Недостатками данных приборов являются:

1. Большая по сравнению с другими приборами погрешность, но находящаяся в допустимых пределах (до 2%).

Мембранные манометры отличаются от трубчатых своим внутренним устройством. Основной частью манометров этого



типа приборов является гофрированная пластинка, отделяющая трубку, подводящую давление, от пространства внутри коробки манометра.

Под влиянием давления эта пластинка выгибается внутрь коробки манометра; перемещение ее середины при помощи передаточного механизма заставляет поворачиваться стрелку манометра, по положениям которой на шкале манометра и делаются соответствующие расчеты.

По сравнению с трубчатыми манометрами, мембранные чувствительны к сотрясениям и вибрации и изготовляются на давления 0,20—7,5 *ат.*

Достоинствами мембраных манометров является:

1. Высокая точность прибора.

Недостатками данных приборов являются:

1. Небольшой диапазон замеряемых давлений.
2. Большая хрупкость прибора.

Аналогично трубчатому манометру устроены металлические вакуумметры и мановакуумметры. При пользовании механическими манометрами и вакуумметрами надо помнить, что манометр показывает избыток давления сверх атмосферного, а вакуумметр — недостаток, дефицит давления до атмосферного.

2.5.Погрешности измерений

Оценить доброкачественность измерений, можно исследовав точность результатов.

Погрешности измерений можно разделить на три категории.

1. Погрешности систематические, имеющие в производимом замере значение или постоянное, или изменяющееся по некоторому закону. Такие ошибки могут быть инструментальными, личными или теоретическими. Для устранения этих ошибок необходима систематическая тарировка приборов, бережное содержание их, наблюдения мениска производить глазом на уровне, учитывать индивидуальные особенности наблюдателей.
2. Погрешности грубые, вызываемые редкими, ненормальными нарушениями методики замера. Наблюдения с грубыми ошибками выделялись большими значениями результатов наблюдений. Такие ошибки обычно отбрасываются.
3. Погрешности случайные, вызываемые неизбежными, многочисленными и разнообразными явлениями, хотя и малыми по своему влиянию на результат, но трудно учитываемые при каждом замере.

При исследованиях обращается большое внимание на ошибки случайные. Именно они говорят о точности измерений.

Методика исследований точности в зависимости от случайных результатов такова.

1. Проводят серию опытов для определения точности измерений. Снимаются показания прибора для одних и тех же параметров.

2. Определяют частоту повторения значения по формуле

$$\eta_i = \frac{m_i}{N}$$

где N – число проведенных измерений,

m_i - число повторений одного и того же значения.

3. Определили среднее арифметическое значение замера или центр группирования значений случайной величины

$$M = X = \frac{\Sigma\, x_i m_i}{N}$$

x_i –величина, для которой ищем, среднее арифметическое,

4. Определили дисперсию генеральной совокупности значений

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \quad \Sigma\, m_i\,(x - x_i)^2$$

Величина σ называется средней квадратической ошибкой или средней квадратической погрешностью или генеральным стандартом.

5. Определяем меру изменчивости величины или коэффициент вариации.

По С определяем к какой категории изменчивости относится измеряемая величина.

$$C = \frac{\sigma}{x}\ 100\%$$

6. Определяем среднюю ошибку m среднего арифметического значения измеряемой величины по формуле

$$m = \frac{\sigma}{N^{-2}}$$

7. Определяем достоверность по критерию Стьюдента Н = 1 – α

где α – уровень вероятности. Отклонение от среднего значения должно быть ограничено точностью измерений. Допустимая погрешность для приборов измеряющих давление и разряжение 1-2,5 %. Уровень вероятности 0,01 – 0,025, а уровень надежности Н = 0,975 или 97,7% надежности. Задаваясь уровнем надежности по таблице Стьюдента определяем определяем t – достоверность

8. Определяем доверительный интервал, указывающий пределы, в которых с данным уровнем надежности лежит среднее всей совокупности значений.

$$x - mt \le x \le x + mt$$

9. Устанавливаем необходимое число опытов для получения надежного значения.

$$\Delta = t \quad \frac{\sigma}{N^{-2}}$$

Где σ - стандартное отклонение,

N - число опытов,

t - критерий Стьюдента,

Δ - допустимая суммарная погрешность измерений, определяемая для каждого эксперимента отдельно.

10. Для определения грубых ошибок, среди случайных пользуются правилом 3σ, то есть предельной ошибкой отдельного измерения - считают тройное значение σ. Считают, что отклонение более 3σ недостоверно, им пренебрегают.

2.6. Простейшие гидравлические машины

Передача давления и энергии при помощи жидкости находит большое применение в практике машиностроения. Встречаются следующие простейшие гидравлические машины: гидравлические прессы, мультипликаторы [повысители давления], домкраты и подъемники. Во всех этих машинах, имеющих разное назначение и конструкцию, используется один и тот же гидравлический принцип, вытекающий из закона Паскаля [давление, производимое внешними силами на поверхность жидкости, передается одинаково по всем направлениям].

На рисунке показана схема гидравлического пресса. Если к поршню **$П_1$** имеющему площадь **S_1**, приложим силу **P_1**, то эта сила будет передаваться на жидкость; жидкость тоже будет давить на поршень **$П_2$**, имеющий площадь **S_2** , с силой

$$P_2 = P_1 \frac{S_2}{S_1}.$$

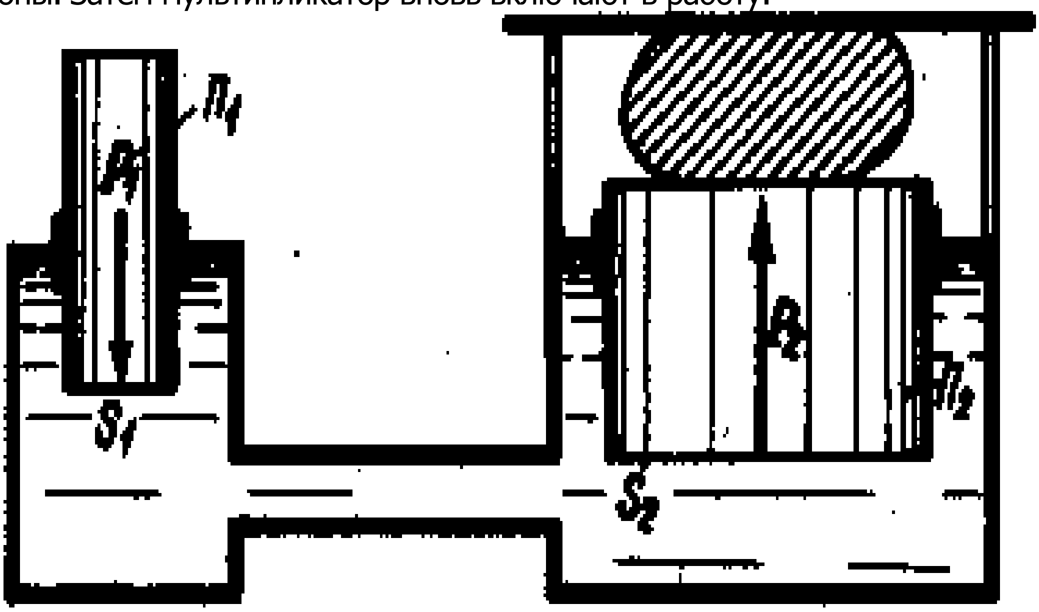
Поскольку гидростатические давления в точках площади **S_1** и площади **S_2** практически равны между собой:

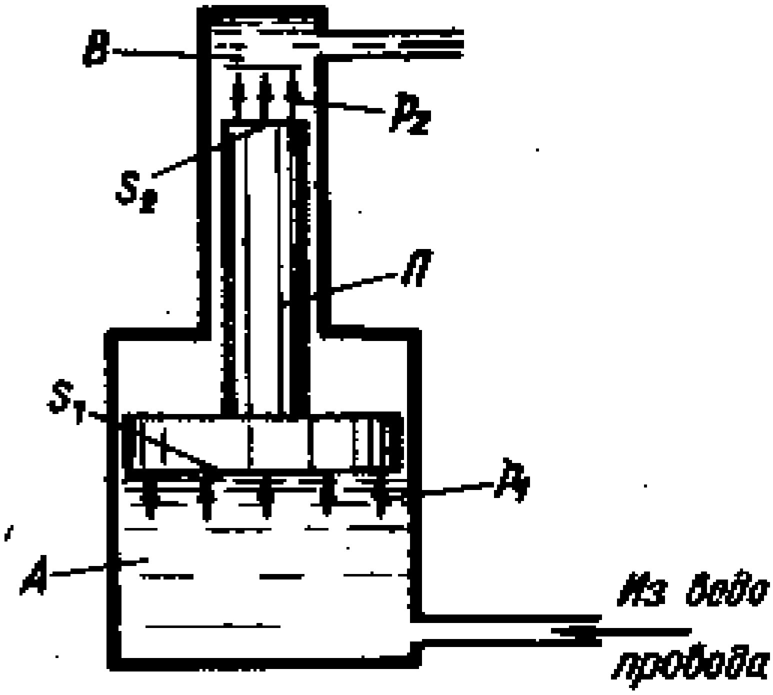
$$\frac{P_1}{S_1} = \frac{P_2}{S_2} = p$$

Видно, что при помощи пресса сила **P_1** увеличивается в $[\frac{S_2}{S_1}]$ раз, и становится **P_2**.

На рисунке показана схема мультипликатора. Если в камере **А** создается гидростатическое давление p_1, то гидростатическое давление p_2 в камере **В** должно удовлетворять условиям $p_2 S_2 = p_1 S_1$, откуда $p_2 = p_1 \frac{S_1}{S_2}$, где S_1 и S_2 - нижняя и верхние площади поршня **П**.

При помощи мультипликатора гидростатическое давление повышается в $[\frac{S_1}{S_2}]$ раз. Как только поршень **П** вытеснит всю жидкость из камеры **В**, данный мультипликатор отключают, опускают поршень **П** и камеру **В** заполняют жидкостью со стороны. Затем мультипликатор вновь включают в работу.





Вопросы к лекционному материалу

1. Основное уравнение гидростатики.
2. Закон Паскаля.
3.Приборы для измерения давления.
4. Погрешности измерений.
5.Сообщающиеся сосуды.
6. Простейшие гидравлические машины.

Лекция 3

3.1. Виды гидростатического давления

Представим закрытый сосуд, в котором находится жидкость, наметим точку m, у которой выделим единицу массы жидкости, обозначим:

$\mathbf{p_o}$ –внешнее поверхностное давление (давление на свободную поверхность жидкости), **h** - заглубление точки под свободной поверхностью ,

$\mathbf{p_A}$ – абсолютное давление $\mathbf{p_A = p_o + \gamma h}$

величина $\mathbf{p_{вес} = \gamma h}$, называется весовым давлением и представляет ту часть абсолютного давления p, которая обусловлена весом самой жидкости.

Абсолютное давление в точке равно сумме внешнего поверхностного давления и весового давления. Если сосуд открыт $\mathbf{p_a = p_o}$, где $\mathbf{p_a}$ - атмосферное давление , при этом имеем $\mathbf{p_A = p_a + \gamma h}$

p - избыточным (сверхатмосферным) давлением называется величина превышения абсолютного давления в точке над атмосферным давлением.

$\mathbf{p = p_A - p_a}$, иногда эту разность называют манометрическим давлением

Формула $\mathbf{p_A = p_a + \gamma h}$ примет вид

- для закрытого сосуда $\mathbf{p_A = p_0 + \gamma h = p_0 + p_{вес}}$
- для открытого сосуда $\mathbf{p_A = p_a + \gamma h = p_a + p_{вес}}$

отсюда видно, что понятия весового и избыточного давлений совпадают.

Таким образом, имеем пять различных давлений.

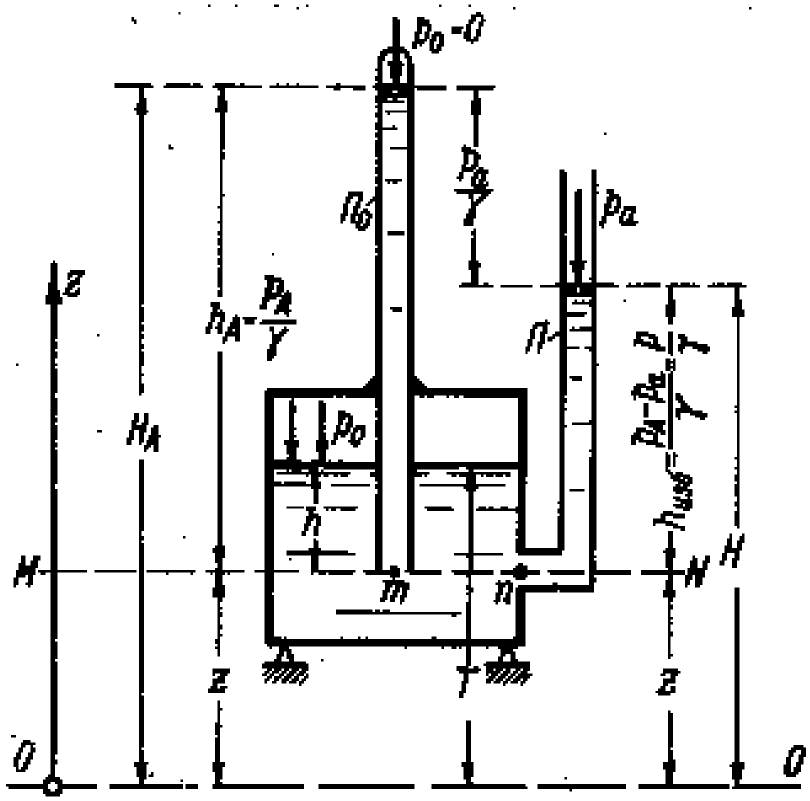
Говоря о силе гидростатического давления **P** различают

- силу абсолютного гидростатического давления **Pa**,
- силу избыточного гидростатического давления **P** или ее просто называют силой гидростатического давления.

В системе СИ единицей измерения давления является Па $= \frac{Н}{м^2}$.

В системе СИ единицей измерения силы гидростатического давления Н.

3.2. Пьезометрическая высота



р$_A$ - абсолютная пьезометрическая высота;

р -избыточная пьезометрическая высота или просто пьезометрическая высота;

Н$_A$ - абсолютный потенциальный напор;

Н - избыточный потенциальный напор или просто потенциальный напор;

О — О - плоскость сравнения

Слово пьезометрическая высота произошло от двух греческих слов давление и мера.

<u>Пьезометрическая высота</u> отвечающая абсолютному давлению в точке может быть выражена высотой некоторого столба жидкости. Для этого представим сосуд, частично наполненный жидкостью. Наметим точку **m**, к которой подключим запаянную сверху тонкую стеклянную трубку **П$_o$**.

Считаем, что в трубке **П$_o$** создано полное разряжение (торричеллиева пустота). Тогда под давлением **р$_0$** в точке **m** горизонт жидкости в трубке поднимется на некоторую высоту **h$_A$** над точкой **m**.

Рассматривая точку **m** , можно записать:

- абсолютное гидростатическое давление в точке m со стороны жидкости в сосуде $p_m = p_o + \gamma h$

- абсолютное гидростатическое давление в точке **m** со стороны жидкости в трубке равно $p_m = p_0 + \gamma h_A = \gamma h_A$

Очевидно $p_m = p_o + \gamma h_A = \gamma h_A = p_A$

$$h_A = \frac{(p_0 + \gamma h)}{\gamma}$$

Величину **h$_A$** называют пьезометрической высотой, отвечающей абсолютному давлению в точке, или просто **<u>абсолютной пьезометрической высотой (иногда приведенной высотой).</u>**

h_A - есть высота такого столба жидкости, который своим весом способен создать давление равное абсолютному давлению в рассматриваемой точке.

Размерность **h_A** - размерность длины, м, длина вертикального столба жидкости с указанием ее удельного веса.

Таким образом, имеем два способа выражения абсолютного гидростатического давления:

- единицами $\frac{\text{сила}}{\text{площадь}}$, $\frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$., кПа;

- единицами длины, м. столба жидкости.

Также иногда меряют техническими атмосферами

1 ат = 100 кПа = 10 м.вод.ст.

Пьезометрическая высота отвечающая избыточному давлению в точке.

Рассмотрим точку **n**, подключим к этой точке тонкую стеклянную трубку открытого типа. В трубке горизонт жидкости, благодаря действию давления в точке p_0, поднимется на некоторую высоту **$h_{изб}$** .

Но **$p_n = p_a + \gamma h_{изб}$**, (относящегося к точке **n**)

т.к. в случае открытой трубки жидкость встретит противодавление со стороны атмосферного давления.

Рассматривая точку n , можно записать: **$p_n = p_o + \gamma h$**

- абсолютное гидростатическое давление в точке **n** со стороны жидкости в сосуде,

- абсолютное гидростатическое давление в точке **n** со стороны жидкости в трубке равно **$p_n = p_a + \gamma h_{изб}$**

Очевидно **$p_a + \gamma h_{изб} = p_o + \gamma h$**

Откуда **$h_{изб} = \frac{p_0 - p_a + \gamma h}{\gamma} = \frac{p_A - p_a}{\gamma}$**

где **$p_o - p_a = p$** - избыточное давление в точке **n**.

Величина **$h_{изб}$** называется **<u>избыточной пьезометрической высотой или просто пьезометрической высотой.</u>**

Трубки **$П_o$** и **П** называются **<u>пьезометрами закрытого и открытого типов.</u>**

Очевидно, что

- разность стояния горизонтов жидкости в трубках **$П_o$** и **П** всегда равна $\frac{p_a}{\gamma}$,

- в случае открытого сосуда, когда **$p_o = p_a$**, величина **$h_{изб} = h$** ,

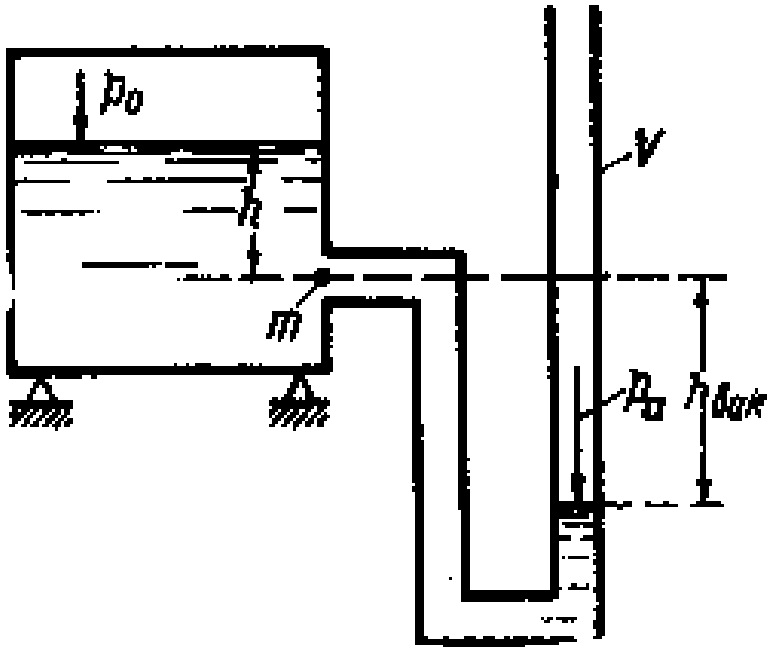
где **h** - заглубление данной точки под уровень жидкости.

<u>3.3. Вакуум.</u>

Рассмотрим случай, когда **$p_A < p_a$**. Предположим, что таким давлением характеризуется точка **m** .

$h_{вак}$ - вакуумметрическая высота или высота вакуума.

В этом случае давление в точке m измеряется с помощью обратного пьезометра или иначе говоря вакуумметра, представляющего собой изогнутую **U** – образную трубку.



$h_{вак}$ - вакуумметрическая высота или высота вакуума.

В этом случае давление в точке **m** измеряется с помощью **<u>обратного пьезометра или иначе говоря вакуумметра</u>**, представляющего собой изогнутую U – образную трубку.

Горизонт в этой трубке опустится ниже точки m, заглубление точки m , по отношению к горизонту жидкости в трубке U будет отрицательным, - **$h_{вак}$** .

Рассматривая точку **m**, можно записать:

- абсолютное гидростатическое давление в точке m со стороны жидкости в сосуде **$p_m = p_o + \gamma h$**

- гидростатическое давление в точке m со стороны жидкости в трубке равно **$p_m = p_a + \gamma h_{вак}$**

Соединяя эти два равенства получим:

$p_o + \gamma h = p_a + \gamma h_{вак}$

Откуда $h_{вак} = \frac{p_a - p_A}{\gamma} = -\frac{p}{\gamma}$

Величину **$h_{вак}$** называют **<u>вакуумметрической высотой или высотой вакуума.</u>**

$h_{вак}$– характеризует разность двух давлений: абсолютного и атмосферного в точке **m**. Эта разность (но не само давление) называется вакуумом (от латинского пустота).

<u>Вакуум в данной точке жидкости есть недостаток давления в этой точке до атмосферного.</u>

Величина вакуума выражается тремя способами:

- единицами сила/ площадь $\frac{кН}{м^2}$., кПа;

- единицами длины (или высоты) вертикального столба жидкости, характеризуемой м, $h_{вак}$;

- в долях атмосферного давления.

Если вакуум равен 4 м.вод.ст., то это означает, что абсолютное давление в этой точке равно 6 м.вод.ст.

3.4. Напор

Для определения взаимного высотного расположения отдельных точек жидкости используют горизонтальную плоскость, которая проводится на произвольной высоте и называется плоскостью сравнения. Обычно она обозначается О-О.

Установим два понятия, применяющихся в гидравлике: гидростатический и пьезометрический напоры, по отношению к плоскости сравнения.

Гидростатическим напором H_s в данной точке жидкости А по отношению к плоскости сравнения **О-О** называется сумма двух слагаемых: приведенной высоты h_A гидростатического давления в точке **А** (величину h_A называют пьезометрической высотой, отвечающей абсолютному давлению в точке, или просто **абсолютной пьезометрической высотой (иногда приведенной высотой)** и вертикальной координаты этой точки - **z**, взятой по отношению к плоскости О-О, т.е

$$H_s = h_A + z$$

$$h_A = \frac{p}{\gamma},$$

можно записать $H_s = \frac{p}{\gamma} + z$

$p = p_o + \gamma h$, тогда

$$H_s = \frac{p_0}{\gamma} + (h + z)$$

Так как давление на свободной поверхности для всех ее точек одинаково и сумма высот $(h + z)$ также постоянна (это касается любой точки жидкости в сосуде), то будем иметь .

$$H_s = \frac{p_0}{\gamma} + (h + z) = const,$$ или

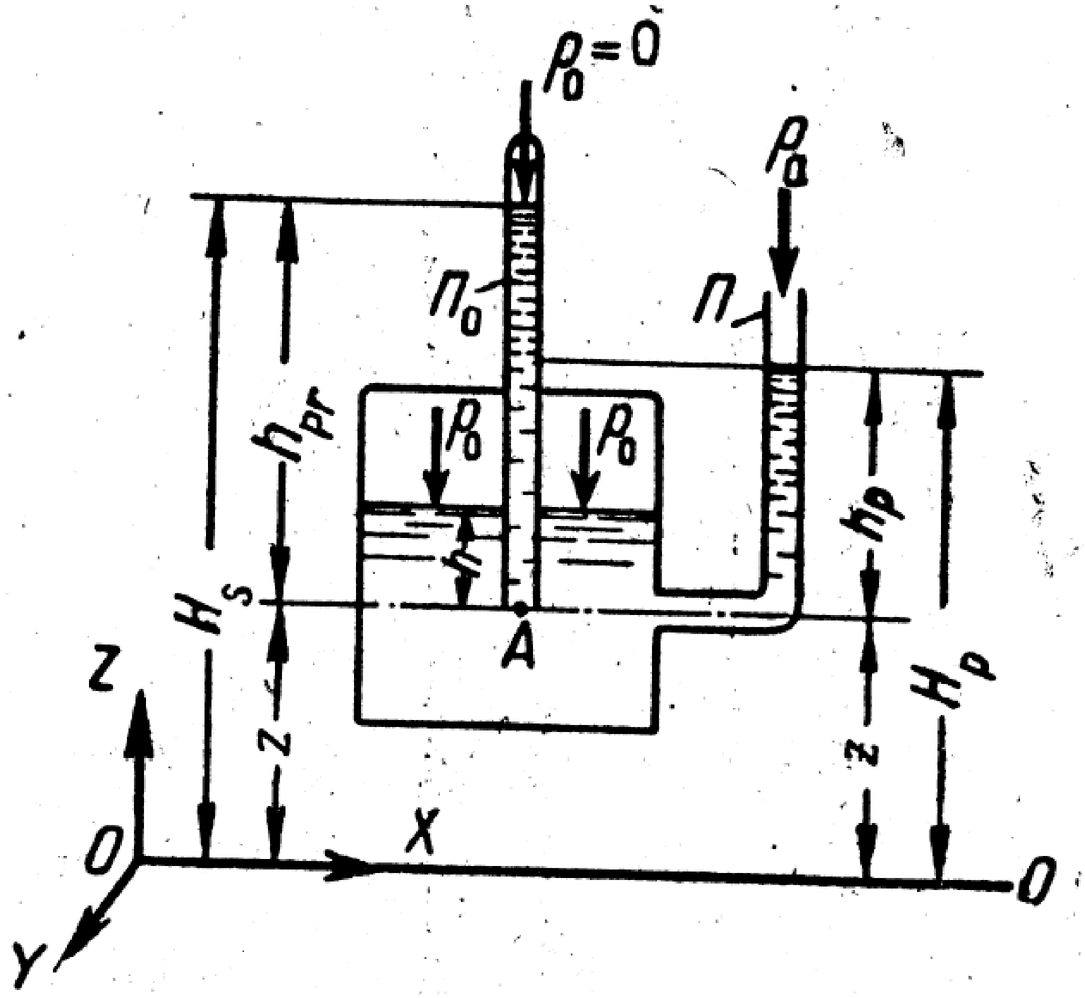
$$H_s = \frac{p}{\gamma} + z = const.$$

Это означает, что величина гидростатического напора для всех точек покоящейся жидкости есть величина постоянная.

Если в различных точках A_1, A_2, A_3 … установить стеклянные трубки, из которых выкачен воздух, во всех трубках жидкость поднимется до одного и того же уровня. Этот уровень образует горизонтальную плоскость, называемую **плоскостью гидростатического напора**. С энергетической точки зрения гидростатический напор является мерой потенциальной энергии жидкости, приходящейся на единицу веса, как ее называют мерой потенциальной удельной энергии.

Если в точке **А** поставить открытый пьезометр, на поверхность жидкости в котором будет действовать атмосферное давление p_a, то в нем жидкость поднимется на пьезометрическую высоту $h_P < h_A$,

$$H_p = h_p + z .$$



Величина $\mathbf{H_p}$ называется **<u>пьезометрическим напором</u>**. Если в точке А поставить открытый пьезометр, на поверхность жидкости в котором будет действовать атмосферное давление ра, то в нем жидкость поднимется на пьезометрическую высоту $\mathbf{h_P < h_A}$,

$$\mathbf{Hp = hp + z} \; .$$

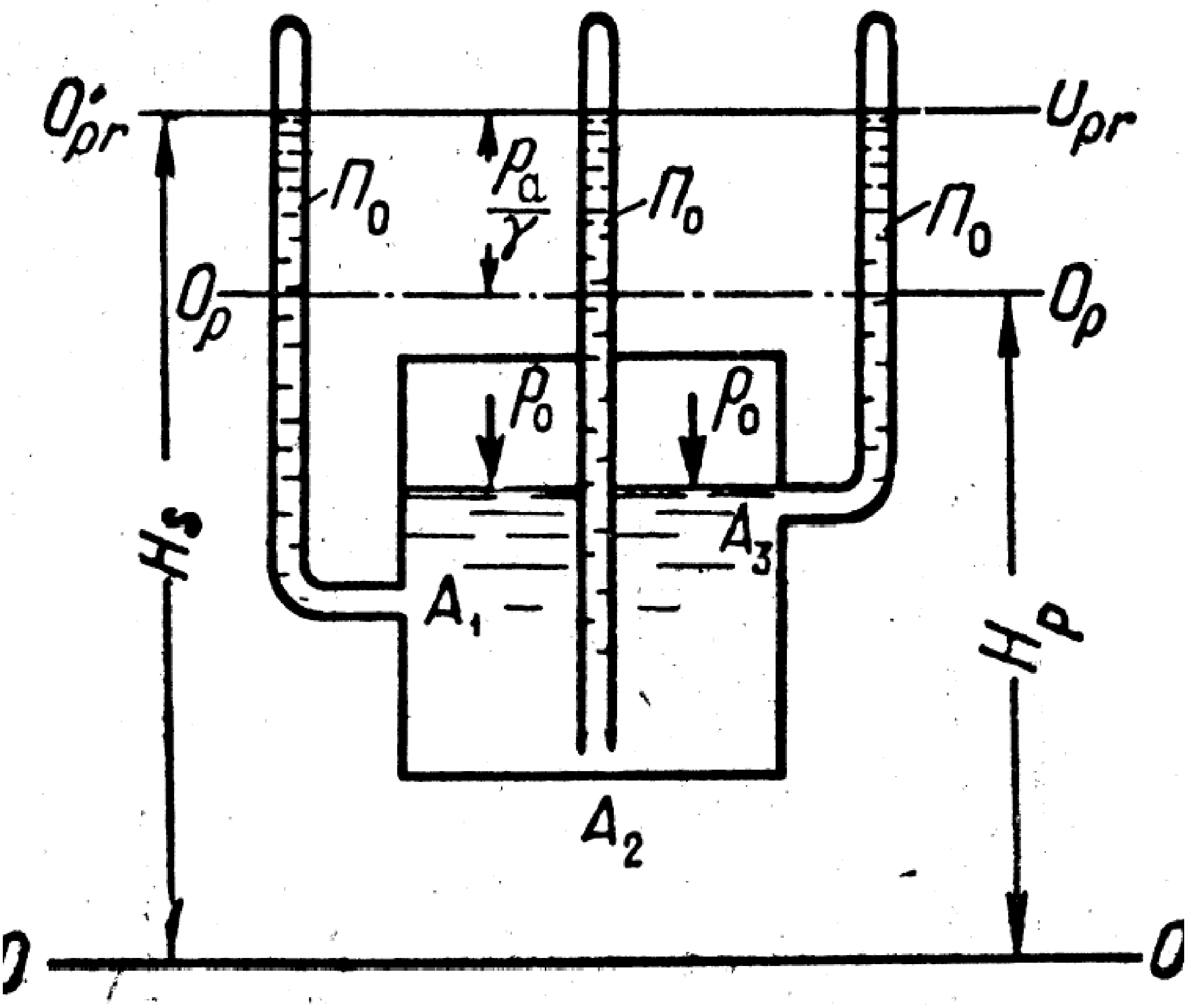
Величина $\mathbf{H_p}$ называется пьезометрическим напором.

<u>Пьезометрическим напором</u> в данной точке жидкости по отношению к произвольной плоскости сравнения О-О называется сумма двух линейных величин: **пьезометрической высоты** $\mathbf{h_p}$ и вертикальной ординаты **Z** над плоскостью сравнения **О-О**.

$$\mathbf{Hp} = \frac{p - p_a}{\gamma} + \mathbf{z} = \left(\frac{p}{\gamma} + \mathbf{z}\right) - \frac{p_a}{\gamma} \; ,$$

если $$\mathbf{H_s} = \frac{p}{\gamma} + \mathbf{z},$$

то получим $$\mathbf{H_p} = \mathbf{H_s} - \frac{p_a}{\gamma}.$$



Известно, что H_s = **const,** а величина p_a не зависит от положения рассматриваемой точки, то можно записать $H_p = h_p + z =$ **const.**

Из этого следует, что вершины пьезометрических высот лежат в одной и той же горизонтальной плоскости, которую называют **плоскостью пьезометрического напора.**

Отличие пьезометрического напора от гидростатического, заключается в учете противодавления атмосферы.

$$H_p = \frac{p - p_a}{\gamma} + z = \text{const}$$

$$H_s = \frac{p}{\gamma} + z = \text{const.}$$

Поэтому с физической точки зрения пьезометрический напор тоже измеряет удельную потенциальную энергию, но с учетом противодавления атмосферы.

В случае, для пьезометрического напора - уменьшение удельной потенциальной энергии определяется величиной $\frac{p_a}{\gamma}$.

Для практики в большинстве случаем имеют дело с избыточным или манометрическим давлением, которое определяется по пьезометрической высоте. Поэтому понятие пьезометрического напора имеет большее значение, чем понятие гидростатического напора.

Покоящаяся жидкость обладает только потенциальной энергией.

3.5. Потенциальный напор

Напором принято называть удельную энергию жидкости, т.е. меру энергии, принадлежащей единице веса жидкости**.**

Потенциальный напор представляет собой величину $\mathbf{H_p}$;

- при этом величина z (отметка точки) может быть названа геометрическим напором;

- величина $\mathbf{h_p}$. (пьезометрическая высота) – напором давления.

Достаточно величины $\mathbf{H_p}$, $\mathbf{h_p}$, **z** умножить на единицу веса жидкости и мы получим сопутствующие энергии этой единицы веса жидкости. Обычно говорят, потенциальный напор слагается из двух напоров: геометрического (удельная энергия положения) и напора давления (удельная энергия давления). Напоры имеют размерность длины и выражаются соответствующими отрезками: $\mathbf{H_p}$, $\mathbf{h_p}$, **z** .

С геометрической точки зрения потенциальный напор $\mathbf{H_p}$ в данной точке по отношению к какой-либо горизонтальной плоскости сравнения **О-О** представляет собой сумму линейных величин: отметки данной точки **z** и соответствующей ей пьезометрической высоты $\mathbf{h_p}$.

$$\mathbf{H_p = z + h_p = z + \frac{p}{\gamma}}$$

Величина $\mathbf{H_p}$ характеризуется следующей особенностью:

$\mathbf{H_p}$ - для всех точек покоящейся жидкости она одинакова , $\mathbf{H_p}$ = const

3.6. Поверхности равного давления

Поверхность, проведенную в покоящейся жидкости таким образом, что давление во всех ее точках будет одинаковым, называется поверхностью равного давления.

Для такой поверхности **p = const**,а так как при этом **ρ ≠ 0**, то из дифференциальных уравнений равновесия жидкости, поверхность равного давления можно описать уравнением

$$\mathbf{d\,U = X\,dx + Y\,dy + Z\,dz}\ .$$

Это выражение представляет собой дифференциальное уравнение поверхности равного давления, которая является поверхностью равного потенциала – поверхностью уровня.

Поверхности равного давления обладают следующими свойствами:

- построенные для различных гидростатических давлений, поверхности равного давления не имеют общих точек, т.е. не пересекаются одна с другой;

- поверхности равного давления всегда нормальны к направлению равнодействующей внешних объемных сил, приложенных к жидкости.

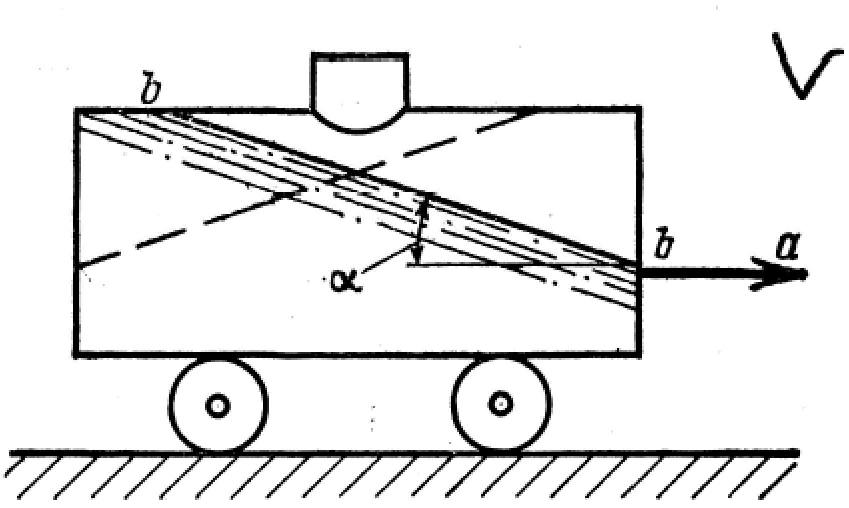
Формы поверхностей равного давления могут быть различными.

1. Рассмотрим случай однородной тяжелой (тяжелой - так называют жидкость, к которой приложена одна внешняя объемная сила – сила тяжести) капельной жидкости. Так как размеры емкости, которою заполняет эта жидкость, невелики по сравнению с размерами Земли, то изменением силы тяжести в пределах этой емкости можно пренебречь. При этом проекции ускорения объемных сил будут равны: **X = 0; У = 0; Z = -g** Дифференциальное уравнение поверхности уровня примет вид

- g dz = 0, а после интегрирования **z = const**.

Это уравнение горизонтальной плоскости, форму которой имеют все поверхности уровня в тяжелой жидкости. Частный случай - свободная поверхность воды в сосуде.

2.Рассмотрим случай относительного покоя, покоя жидкости относительно содержащего ее сосуда, в то время когда сосуд находится в движении.



Из теормеха известно, что в подобных случаях (при составлении уравнений равновесия относительно системы координат, движущейся вместе с телом), к силам тяжести должны быть добавлены и силы инерции, направление которых всегда противоположно направлению ускорения. Так для тяжелой жидкости находящейся в цистерне, которая движется по горизонтальному пути, с постоянным ускорением **a** в направлении оси x. В этом случае

X = - a; У = 0; Z = -g ,

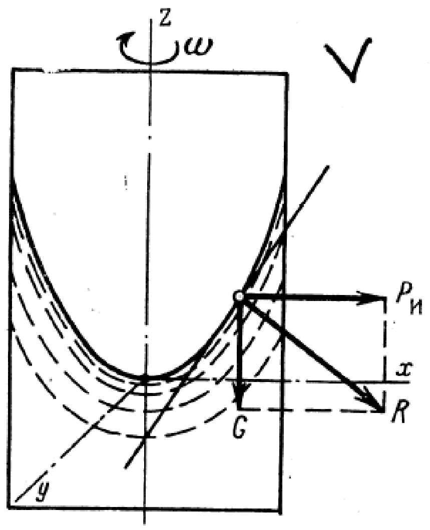
тогда дифференциальное уравнение поверхности равного давления будет иметь вид **- a dx - g dz = 0** или **a dx + g dz = const**

И представляет собой уравнение наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{dx}{dy} = \frac{a}{g}$

Величина угла наклона определяется только ускорениями, то очевидно, что положение свободной поверхности, не зависит от рода жидкости.

Если движение цистерны будет не равноускоренным, а равнозамедленным, то наклон свободной поверхности будет в другую сторону.

3.

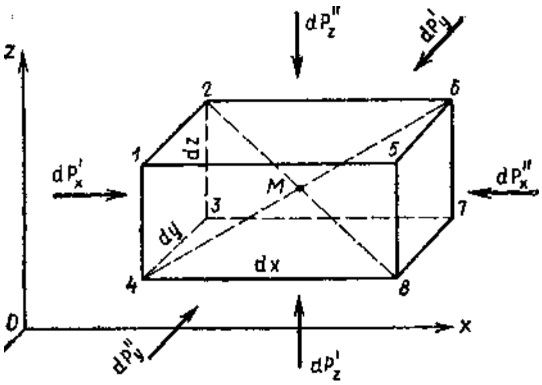


При относительном покое жидкости во вращающихся сосудах (сепараторах, центрифугах), на любую частицу жидкости действуют:

- объемные силы – силы тяжести,
- силы инерции.

3.7. Уравнения гидростатики Эйлера (дифференциальные уравнения равновесия жидкости)

Выделим в жидкости находящейся в покое, бесконечно малый ее объем в форме параллелепипеда со сторонами, параллельными осям координат и равными соответственно dx, dy, dz и рассмотрим равновесие действующих на этот параллелепипед внешних сил.



Со стороны окружающей среды на выделенный параллелепипед действуют :

- поверхностные силы, определяемые гидростатическим давлением ,
- объемные (массовые) силы, пропорциональные его массе..

После составления уравнения проекций этих сил на координатные оси, перераспределения и упрощения составляющих были получены следующие формулы:

$$\mathbf{X} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\mathbf{Y} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}$$

$$\mathbf{Z} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}$$

Их называют дифференциальными уравнениями равновесия жидкости. Впервые они были выведены в 1775 г Л. ЭЙЛЕРОМ и выражают в дифференциальной форме закон распределения гидростатического давления в покоящейся жидкости.

Вопросы к лекционному материалу

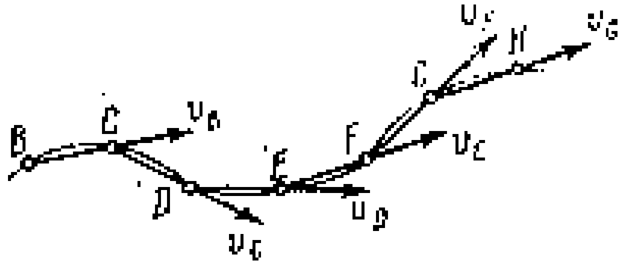
1. Виды гидростатического давления.
2. Пьезометрическая высота.
3. Вакуум.
4. Понятие «напора».
5. Потенциальный напор.
6. Поверхности равного давления.

Лекция 4. Гидродинамика.

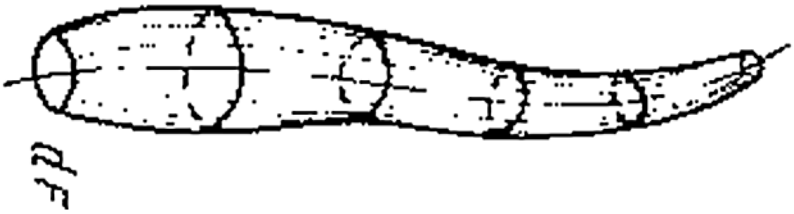
4.1. Основные понятия гидродинамики.
4.2. Гидравлические элементы потока.
4.3. Виды движения жидкостей.
4.4. Основные аналитические методы исследования движения жидкости.
4.5. Уравнение неразрывности движения потока.

4.1. Основные понятия гидродинамики.

Основные элементы движения жидкости. Причинами движения жидкости являются действующие на нее силы: объемные или массовые силы (сила тяжести, инерционные силы) и поверхностные силы (давление, трение). В отличие от гидростатики, где основной величиной, характеризующей состояние покоя жидкости, является гидростатическое давление, которое определяется только положением точки в пространстве, в гидродинамике основными элементами, характеризующими движение жидкости, будут два: гидродинамическое давление p и скорость движения (течения) жидкости υ. Картина скоростей в каждый данный момент времени в пространстве, заполненном движущейся жидкостью, называется полем скоростей, а картина давлений - полем давлений. Гидродинамическое давление p - это внутреннее давление, развивающееся при движении жидкости. Скорость движения жидкости в данной точке — скорость перемещения находящейся в данной точке частицы жидкости, определяемая длиной пути L, пройденного этой частицей за единицу времени t. Основной задачей гидродинамики и является определение основных элементов движения жидкости p и υ, установление взаимосвязи между ними и законов изменения их при различных случаях движения жидкости. Траектория частицы. Если в массе движущейся жидкости взять какую-либо частицу жидкости и проследить ее путь за какой-то промежуток времени, то можно получить некоторую линию. Эта линия и будет траекторией движения данной частицы за промежуток времени t. **Линия тока.** Если в массе движущейся жидкости в данный момент времени взять какую-либо точку, то можно в этой точке построить вектор скорости выражающий величину и направление скорости движения частицы жидкости в данной точке 1 в этот момент времени t. В тот же момент времени t можно взять и другие точки в движущейся жидкости, например, точки 1,2,3,4…, в которых также можно построить векторы скоростей $v_1, v_2, v_3,$: выражающие скорость движения других частиц жидкости в тот же момент времени. Провести через них плавную кривую, к которой векторы скоростей будут всюду касательны. Эта линия называется линией тока.



Различие между траекторией частицы жидкости и линией тока состоит в том, что траектория относится к одной определенной частице жидкости и показывает путь проходимый частицей в пространстве за некоторый промежуток времени, а линия тока связывает между собой различные частицы, лежащие на ней, характеризуя направление их движения в конкретный момент времени.



Совокупность линий тока образуют элементарную струйку. Элементарная струйка характеризует состояние движения жидкости в данный момент времени. При установившемся движения элементарная струйка имеет следующие свойства:
- форма и положение элементарной струйки с течением времени остаются неизмененными, так как не изменяются линии тока;
- приток жидкости в элементарную струйку и отток из нее через боковую поверхность невозможен, так как по контуру элементарной струйки скорости направлены по касательной;
- скорость и гидродинамическое давление во всех точках поперечного сечения элементарной струйки можно считать одинаковыми ввиду малости площади поперечного сечения струйки.

Поток. Совокупность элементарных струек движущейся жидкости, называется потоком жидкости. Поток обычно ограничен твердыми поверхностями, по которым происходит движение жидкости (труба), и атмосферой (река, лоток, канал и т. в.).

4.2. Гидравлические элементы потока.

Живым сечением называется поверхность в пределах потока, проведенная перпендикулярно к линиям тока (элементарным струйкам). Площадь живого сечения обозначается греческой буквой ω (омега).

Смоченным периметром называется длина части периметра живого сечения, в пределах которой поток соприкасается с твердыми внешними стенками. Смоченный периметр обозначают греческой буквой χ (хи).

Гидравлическим радиусом называется отношение площади живого сечения к смоченному периметру:

$$R = \frac{\omega}{\chi}$$

Между геометрическим радиусом: r и гидравлическим R большая разница. Рассмотрим круглое сечение трубопровода, по которому движется поток жидкости полностью заполняя его. Площадь живого сечения в этом случае будет определяться формулой:

$$\omega = \frac{\pi d^2}{4}$$

Смоченный периметр будет равняться длине окружности:

$$\chi = 2\pi d$$

Тогда гидравлический радиус определится формулой:

$R = \frac{\frac{\pi d^2}{4}}{2\pi d} = \frac{d}{4}$, а геометрический радиус равен $r = \frac{d}{2}$. Очевидно, что эти величины отличаются коренным образом.

Расходом жидкости называется количество жидкости, проходящее через живое сечение потока в единицу времени.

Расход может быть объемный **Q** = [м3/сек, м3/ч или л/сек, л/ч] или массовый **M** = [кг/с, т/час] . Между этими расходами есть связь:

M = Q ρ

Обычно пользуются объемным расходом. Расход потока жидкости обозначают - **Q** , а элементарной струйки - **q** .

Расход элементарной струйки будет равен

q = υ ω

Где **υ** - скорость движения частиц жидкости,

ω - площадь живого сечения струйки.

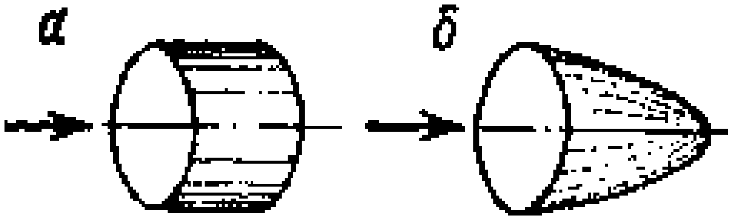
расход жидкости в данном сечении потока

Q = υ Ω

где **υ** - средняя скорость движения жидкости,

Ω - площадь живого сечения.

Средней скоростью потока **υ** в данном сечении называется такая одинаковая для всех точек живого сечения скорость движения жидкости, при которой через это живое сечение проходит тот же расход **Q**, что и при действительных скоростях движения жидкости



Эпюры средней и действительной скоростей сильно разняться, но их площади в плане должны быть равны между собой.

Из формулы **Q = υ Ω** можно написать **υ =** $\frac{Q}{\Omega}$ **.**

Или из другой формулы **q = υ ω** можно написать **υ =** $\frac{q}{\omega}$

Эти формулы обычно используются при решении основных гидравлических задач, связанных с потоком жидкости.

4.3. Виды движения жидкостей.

Установившемся движением, называется такое движение, при котором в каждой данной точке основные элементы движения жидкости: **υ** - скорость движения и гидродинамическое давление **р** не изменяются во времени. Это условие можно записать так

$\upsilon = f_1 [x, y, z];$

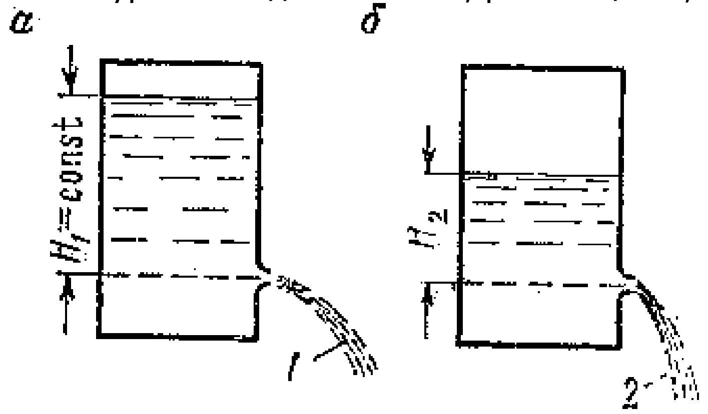
$p = f_2 [x, y, z].$

Неустановившемся движением жидкости называется такое движение, при котором в каждой данной точке основные элементы движения жидкости - скорость движения **υ** и гидродинамическое давление **р** - постоянно изменяются, т. е. зависят не только от положения точки в пространстве, но и от времени **t** . При **неустановившемся** движении поля скоростей и давлений будут непрерывно меняться. В этом случае скорость и давление в каждой точке пространства зависят, как от координат движущейся частицы, так и от времени. Аналитически это условие запишется так:

$\upsilon = f_1 [x, y, z, t];$

$p = f_2 [x, y, z, t].$

Примером установившегося движения может быть: движение жидкости в канале, в реке при неизменных глубинах, истечение жидкости из резервуара при постоянном уровне жидкости в нем, работа ц.б.н., и др.



Неустановившееся движение — это движение жидкости в канале или реке при переменном уровне или при опорожнении резервуара, работа поршневого насоса, когда уровень жидкости в нем непрерывно изменяется.

Мы, в основном, будем изучать установившееся движение жидкости.

Установившееся движение в свою очередь подразделяется на равномерное и неравномерное.

Равномерным - называется такое установившееся движение, при котором живые сечения вдоль потока не изменяются; в этом случае **ω = const;** средние скорости по длине потока также не изменяются, т.е. **u = const** . Примером равномерного движения является: движение жидкости в цилиндрической трубе, в канале постоянного сечения при одинаковых глубинах. Установившееся движение называется **неравномерным**, когда распределение скоростей в различных поперечных сечениях неодинаково; при этом средняя скорость и площадь поперечного сечения потока могут быть и постоянными вдоль потока. Примером неравномерного - движения может быть движение жидкости в конической трубе или в речном русле переменной ширины.

Напорным называется движение жидкости, при котором поток полностью заключен в твердые стенки и не имеет свободной поверхности. Напорное движение происходит вследствие разности давлений и под действием силы тяжести. Примером напорного движения является движение жидкости в замкнутых трубопроводах (например, в водопроводных трубах).

Безнапорным называется движение жидкости, при котором поток имеет свободную поверхность. Примером безнапорного движения может быть: движение жидкости в реках, каналах, канализационных и дренажных трубах. Безнапорное движение происходит под действием силы тяжести и за счет начальной скорости. Обычно на поверхности безнапорного потока давление атмосферное.

Следует отметить еще один вид движения: свободную струю. **Свободной струей** называется поток, не ограниченный твердыми стенками. Примером может служить движение жидкости из пожарного брандспойта, гидромонитора, водопроводного крана, из отверстия резервуара и т. п. В этом случае движение жидкости происходит по инерции (т.е. за счет начальной скорости) и под действием силы тяжести.

Для упрощения выводов, связанных с изучением потока жидкости, вводится понятие плавно изменяющегося движения жидкости.

Плавно изменяющимся называется такое движение жидкости, при котором кривизна струек незначительна (равна нулю или близка к нулю), а угол расхождений меж струйками весьма мал (равен нулю или близок к нулю), т. е. практически поток жидкости мало отличается от параллельноструйного. Это предложение вполне оправдывается при изучении многих случаев движения жидкости в каналах, трубах и других сооружениях. Отметим следующие свойства потока при плавноизменяющемся движении:

1) поперечные сечения потока плоские, нормальные к оси потока;

2) распределение гидродинамических давлений по сечению потока подчиняется закону гидростатики, т.е. гидродинамические давления по высоте сечения распределяются по закону прямой.

3) удельная потенциальная энергия (т. е. потенциальная энергия единицы веса жидкости) по отношению к. некоторой плоскости сравнения, для всех точек данного сечения потока жидкости есть величина постоянная.

4. 4. Основные аналитические методы исследования движения жидкости.

Различают два принципиально разных аналитических метода исследования движения жидкости: метод Лагранжа и метод Эйлера.

1°. Метод Лагранжа. Выделим контуром *К* некоторую область, занятую движущейся жидкостью (рис. 1). Наметим неподвижные оси координат *Ох* и *OZ.* Будем рассматривать ряд движущихся частиц жидкости: M_1, M_2, M_3, ..., находящихся в начальный момент времени на границе изучаемой области. Обозначим через X_0 и Z_0 начальные координаты этих жидких частиц.

Будем считать, что для каждой частицы *М* нам известны зависимости. Тогда, пользуясь этими зависимостями, легко можно построить траектории намеченных частиц жидкости. Далее можем в любом месте этих траекторий найти длину пути L, проходимого частицей за время t. Деля же L на t, можем найти скорость в данной точке; можно также найти и ускорение любой частицы *М* в любой точке пространства в тот или другой момент времени. Как видно, в данном случае мы следим за отдельными частицами жидкости в течение времени t, за которое эти частицы, двигаясь по своим траекториям, проходят всю рассматриваемую область.

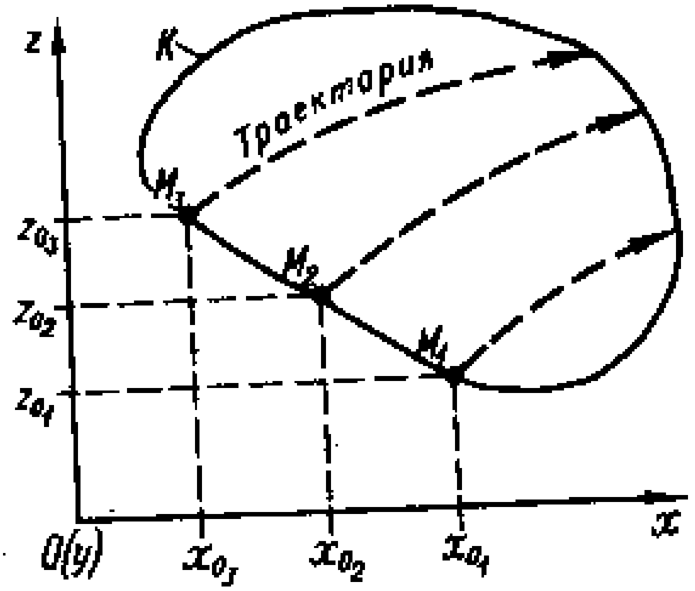


Рисунок к методу Лагранжа: M_1, M_2, M_3, ... - частицы жидкости

По Лагранжу, *о потоке жидкости в целом мы судим по совокупному рассмотрению траекторий, описываемых частицами жидкости.*

Существенно подчеркнуть, что здесь (в отличие от метода Эйлера, см. ниже) X и Z представляют собой текущие координаты частиц жидкости. Поэтому величины должны в данном случае рассматриваться как проекции пути на соответствующие координаты.

2. Метод Эйлера. Представим себе снова некоторую область, занятую движущейся жидкостью (рис. 2). Согласно Эйлеру, мы не следим за движением отдельных частиц жидкости М и не интересуемся их траекториями.

В соответствии с предложением Эйлера мы намечаем точки *1,* 2, 3, ..., которые считаем скрепленными с рассматриваемым неподвижным пространством. Эти точки неподвижны при протекании через них жидкости. Здесь - величины и не есть текущие координаты частиц жидкости, а просто координаты неподвижных точек пространства.

Рассмотрим момент времени t_1. В этот момент времени в точке *1* (рис. 2) будет находиться некоторая частица жидкости, имеющая скорость v_{11} *;* в этот же момент времени в точке 2 будем иметь скорость v_{21} ; в точке *3* — скорость v_{31} и т. д.

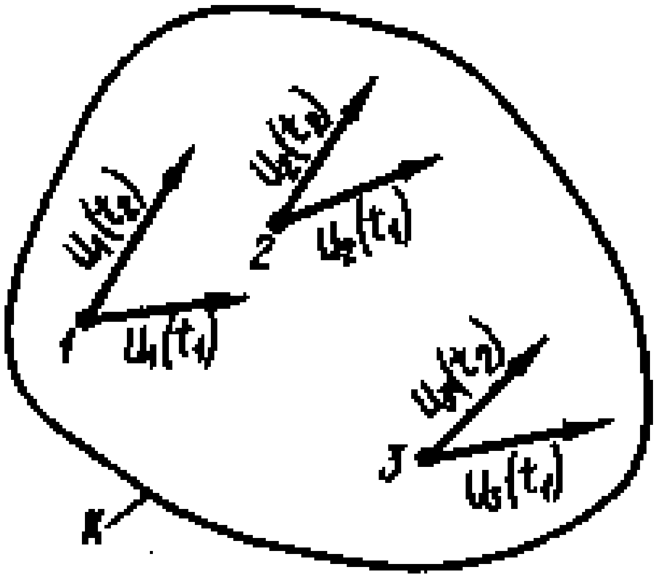


Рисунок к методу Эйлера: 1, 2, *3*, .. — неподвижные точки пространства

Как видно, для момента времени 2 поток оказывается представленным векторным полем скоростей,, причем каждый вектор скорости относится к определенной неподвижной точке пространства (и к данному моменту времени t_2)

В следующий момент времени в точках *1*, 2, 3, ... получаем соответственно скорости $\upsilon_{21}, \upsilon_{22}, \upsilon_{23}$ и т. д., причем в общем случае получаем другое поле скоростей.

По Эйлеру, *поток в целом в данный момент времени оказывается представленным векторным полем скоростей, относящихся к не подвижным точкам пространства.*

Сопоставляя векторное поле скоростей, отвечающее моменту времени , с векторным полем скоростей, отвечающим моменту времени , легко можно себе представить, как рассматриваемый поток изменяется с течением времени.

Выше было отмечено, что координаты согласно Эйлеру, являются координатами неподвижных произвольных точек пространства. Поэтому в данном случае величины и нельзя рассматривать, как проекции элементарного пути L, проходимого частицами жидкости за время t.

Метод Лагранжа ввиду его сложности не нашел широкого применения в технической механике жидкости. Далее в основном будем пользоваться методом Эйлера. Однако, применяя его, все же не будем совершенно отрекаться от рассмотрения движения частиц жидкости М. Мы будем следить за их движением, но не в продолжение времени (как это следует по Лагранжу), а в продолжение только элементарного отрезка времени t , в течение которого данная частица жидкости проходит через рассматриваемую точку пространства.

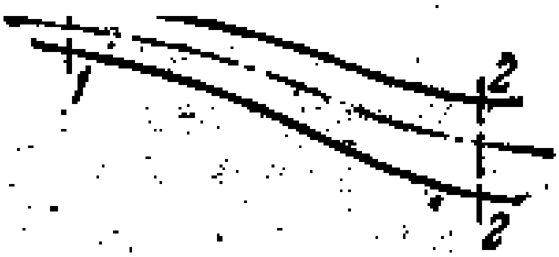
4.5. Уравнение неразрывности.

Выделим сечениями 1 и *2* некоторый отсек элементарной струйки. В этот отсек в единицу времени через сечение 1 втекает объём жидкости, равный

$$q_1 = \upsilon\ \omega_1$$

а через сечение *2* из него же вытекает объём, равный

$$q_2 = \upsilon\ \omega_2$$



Допустим, что жидкость несжимаема и что в ней невозможно образование незаполненных жидкостью пространств - пустот, т. е. будем считать, что соблюдается условие сплошности или неразрывности движения. Учитывая, что:

-форма элементарной струйки с течением времени не изменяется;

-поперечный приток в струйку или отток из неё отсутствуют.

Делаем вывод, что элементарные расходы жидкости, проходящие через сечения 1 и *2* должны быть одинаковы. Значит

$$u\,\omega_1 = u\,\omega_2 = u\,\omega_n = \text{const}$$

Или $$q_1 = q_2 = q_{n=}\text{const}$$

Подобные соотношения можно составить для любых сечений струйки.

Это уравнение называется уравнением неразрывности; оно является первым основным уравнением гидродинамики.

Переходя к потоку в целом, и используя понятие средней скорости, получим путём аналогии уравнение неразрывности для потока

$$u\,\Omega_1 = u\,\Omega_2 = u\,\Omega_n = \text{const}$$

$$Q_1 = Q_2 = Q_{n=}\text{const}$$

Это уравнение дает соотношение, часто применяемое при практических расчетах $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$

т. е. средние скорости в поперечных сечениях потока, при неразрывности движения обратно пропорциональны площади этих сечений.

Вопросы к лекционному материалу.

1.Что такое струйчатая модель движения потока?

2. Что такое линия тока?
3. Что такое элементарная струйка?
4.Что такое поток, с точки зрения гидравлики?
5.Установившееся и неустановившееся движение потока. Примеры.
6.Свойства элементарной струйки при установившемся движении.
7.Площадь живого сечения потока.
8.Напорное и безнапорное движение потока.
9.Смоченный периметр.
10.Гидравлический радиус.
11.Расход потока, объемный и массовый
12.Уравнение неразрывности расхода для элементарной струйки.
13.Равномерное и неравномерное движение потока.
14.Уравнение постоянства расхода (уравнение неразрывности).

Лекция 5.

Уравнение Д.Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости. Условия и общая схема применения уравнения Бернулли. Истолкование смысла членов уравнения Бернулли.

5.1 Уравнение Д.Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости.

5.2. Физический смысл уравнения Бернулли.

5.3. Закон Бернулли.

5.1 Уравнение Д.Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости.

Уравнение Бернулли является основным в технической гидромеханике. Оно устанавливает зависимость между скоростью и давлением в различных сечениях одной и той же элементарной струйки.

При выводе этого уравнения ограничимся случаем установившегося медленно изменяющегося движения.

Уравнение Бернулли для струйки идеальной жидкости по существу представляет собой закон сохранения механической энергии, составленный применительно к единице массового расхода жидкости. **Закон сохранения энергии -** общий закон природы, согласно которому энергия любой замкнутой системы , при всех процессах происходящих в ней, сохраняется. При этом энергия только превращается из одной формы в другую и перераспределяется между частями системы. Рассмотрим установившееся движение идеальной жидкости, находящейся под действием только одной массовой силы - силы тяжести и выведем для этого случая основное уравнение, связывающее между собой давление в жидкости и скорость ее движения. Возьмем одну из элементарных струек, составляющих поток, и выделим сечениями *1–1* и *2–2* участок этой струйки произвольной длины. Пусть площадь первого сечения равна dS_1, скорость в нем u_1, давление p_1, а вертикальная координата равна z_1, во втором сечении имеем соответственно dS_2, u_2, p_2 и z_2. За бесконечно малый промежуток времени **dt** выделенный участок струйки *1 – 2* переместится в положение *1′ – 2′*. Применим к массе жидкости в объеме участка струйки теорему механики о том, что работа **A** сил, приложенных к телу, равна приращению кинетической энергии этого тела

$$\Delta W = \Sigma A,$$

где ΔW - приращение кинетической энергии , ΣA - сумма работ всех действующих сил

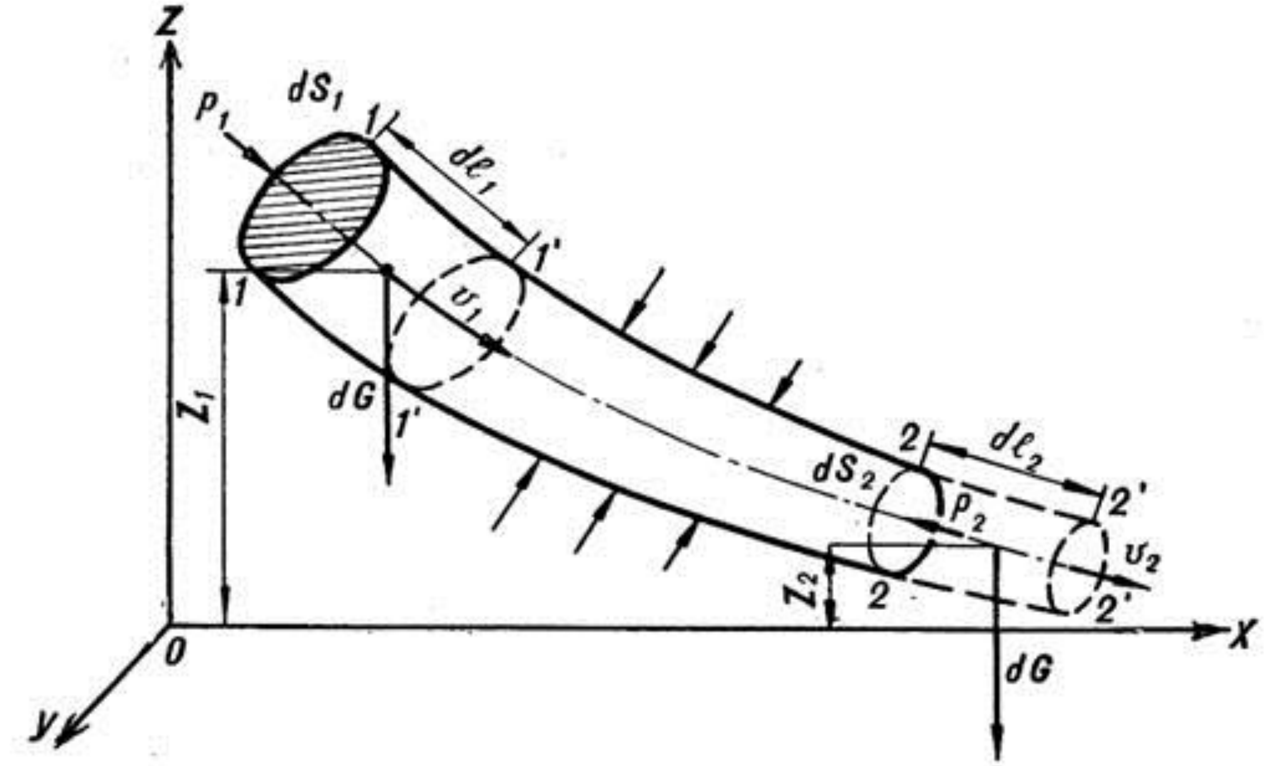


Схема перемещений элементарной струйки.

Кинетическая энергия - мера механического движения, равная для материальной точки половине произведения массы этой точки на квадрат ее скорости **$W = m\upsilon^2 / 2$.** Кинетическая энергия системы материальных точек равна арифметической сумме кинетических энергий всех точек образующих систему.

В рассматриваемом случае приращение кинетической энергии определяем как разность значений кинетической энергии в двух положениях перемещающегося объема, то есть как разность кинетической энергии объема $V_{1'-2'}$ и объема V_{1-2}. Замечая, что объем $V_{1'-2}$ входит, как составная часть в выражении для объемов V_{1-2} и $V_{1'-2'}$.

$$V_{1-2} = V_{1-1'} + V_{1'-2}$$

$$V_{1'-2'} = V_{1'-2} + V_{2-2'}.$$

Заметим, что кинетическая энергия объема $V_{1'-2}$ при установившемся движении жидкости одинакова как в момент времени **t**, так и в момент времени **t + dt** приходим к выводу; искомое приращение кинетической энергии определяется разностью кинетической энергии объемов $V_{2-2'}$ и

$V_{1-1'}$. Названные объемы есть результат перемещения за время **dt** торцевых сечений выделенного участка элементарной струйки. Обозначив υ_1 и υ_2 скорости в сечениях **1-1** и **2-2** найдем, что соответствующие перемещения будут равны $\upsilon_1 dt$ и $\upsilon_2 dt$, а рассматриваемые объемы;

$$V_{1-1'} = dS_1\, \upsilon_1\, dt = dQ_1\, dt$$

$$V_{2-2'} = dS_2\, \upsilon_2\, dt = dQ_2\, dt$$

где dQ_1 и dQ_2 - значения расхода в сечениях **1-1** и **2-2**.

Но по условию неразрывности расход во всех сечениях элементарной струйки одинаков

$$dQ_1 = dQ_2 = dQ_n$$

и, следовательно

$V_{1\text{-}1'} = V_{2\text{-}2'}$ = dQ dt .

Масса рассматриваемых объемов

dm = ρ dQ dt.

Таким образом, выражение для приращения кинетической энергии можно записать в виде

$$\Delta W = \rho\, dQ\, dt \frac{v_2^2}{2} - \rho\, dQ\, dt \frac{v_1^2}{2}$$

или

$$\Delta W = dm \frac{v_2^2}{2} - dm \frac{v_1^2}{2} = dm \left(\frac{v_2^2}{2} - \frac{v_1^2}{2} \right)$$

Перейдем теперь к определению работы сил, действующий на рассматриваемый объем жидкости. Работа силы тяжести равна произведению этой силы на путь, пройденный точкой ее приложения, то есть центром массы [тяжести] движущегося объема жидкости по вертикали. Рассматривая, как и ранее, выделенный объем струйки в двух его положениях состоящим из объема $V_{1'\text{-}2}$ и равных между собой объемов $V_{1\text{-}1'}$ и $V_{2\text{-}2'}$, легко прийти к заключению, что работа A_T сил тяжести будет равна произведению силы тяжести объема $V_{1\text{-}1'}$ и $V_{2\text{-}2'}$, то есть

$$A_T = dm\, g\, z_1 - dm\, g\, z_2 = dm\, g\, (z_1 - z_2),$$

где z_1 и z_2 - расстояние по вертикали от произвольной горизонтальной плоскости, называемой плоскостью сравнения, до центров масс объемов

$V_{1\text{-}1'}$ и $V_{2\text{-}2'}$, вертикальные координаты центров масс этих объемов.

Силы давления, действующие на объем жидкости, складываются из сил давления на его боковую поверхность и на концевые поперечные сечения. Работа сил давления на боковую поверхность равна нулю, так как эти силы во все время движения нормальны к перемещению этих точек приложения. Сумма работ сил давления $\Sigma A_Д$ на торцевые сечения составляет

$$\Sigma A_Д = p_1\, dF_1 dL_1 - p_2\, dF_2 dL_2 .$$

где $p_1\, dF_1$, $p_2\, dF_2$ - силы давления на торцы **1-1** и **2-2** ;

dL_1, dL_2 - элементарные перемещения точек приложения этих сил за время **dt** (работа сил давления на торец **2** отрицательна, так как направление силы противоположно перемещению dL_2).

Но величины $dF_1 dL_1$ и $dF_2 dL_2$ есть равные между собой объемы

$V_{1\text{-}1'}$ и $V_{2\text{-}2'}$ массы **dm**. Поэтому с учетом того, что

$$dm = \rho\, V_{1\text{-}1'} = \rho\, V_{2\text{-}2'},$$

выражение для суммы $\Sigma A_Д$ можно представить в виде

$$\Sigma A_Д = \frac{dm}{\rho} (p_1 - p_2)$$

Подставив найденные выражения для работ сил и для приращения кинетической энергии в последнее уравнение и получим

$$dm \left(\frac{v_2^2}{2} - \frac{v_1^2}{2} \right) = dm\, g\, (z_1 - z_2) + \frac{dm}{\rho} (p_1 - p_2)$$

Разделим затем это уравнение на **dm = ρ dQ dt** , то есть отнесем его к единице массы протекающей жидкости, и перегруппируем члены. Будем иметь

$$g\,z_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{\upsilon_1^2}{2} = g\,z_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{\upsilon_2^2}{2}$$

Учитывая, что сечения **1-1** и **2-2** взяты нами произвольно, это уравнение можно распространить на всю струйку, применив его для любых поперечных сечений, взятых по ее длине, и представить в виде

$$g\,z + \frac{p}{\rho} + \frac{\upsilon^2}{2} = const$$

Два последних уравнения представляют собой разную запись уравнения Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости. Сумму трех слагаемых, входящих в последнее уравнение называют **полной удельной энергией жидкости** в данном сечении струйки и обозначают **э**. Различают удельную энергию положения **g z**, удельную энергию давления $\frac{p}{\rho}$ и $\frac{\upsilon^2}{2}$ кинетическую энергию.

В соответствии с этим уравнение Бернулли можно сформулировать следующим образом; для элементарной струйки идеальной жидкости полная удельная энергия, то есть сумма удельной энергии положения, удельной энергии давления и кинетической удельной энергии есть величина постоянная во всех сечениях струйки.

Полученное уравнение называется уравнением Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости. Это уравнение также называется основным уравнением гидродинамики для идеальной жидкости.

5.2.Физический смысл уравнения Бернулли.

Физический смысл уравнения Бернулли обычно рассматривается с двух точек зрения: **гидравлической и энергетической.** Гидравлический смысл уравнения Бернулли обусловлен значением каждого его члена. Первый член *z* - это высота расположения центра тяжести некоторого элементарного объема жидкости относительно произвольно проведенной оси *OX*. В дальнейшем эту ось будем называть осью сравнения и обозначать *O–O*, а горизонтальную плоскость, проведенную через эту ось -плоскостью сравнения. Подсоединим к некоторому трубопроводу, заполненному жидкостью, *U*-образную трубку (рис. *а*), колено которой размещается в плоскости сравнения. Тогда жидкость в трубке поднимется на высоту *z*. Таким образом, можно сказать, что жидкость обладает некоторым напором, который называется геометрическим напором. Этот напор не является величиной постоянной, так как его значение зависит от выбора положения плоскости сравнения.

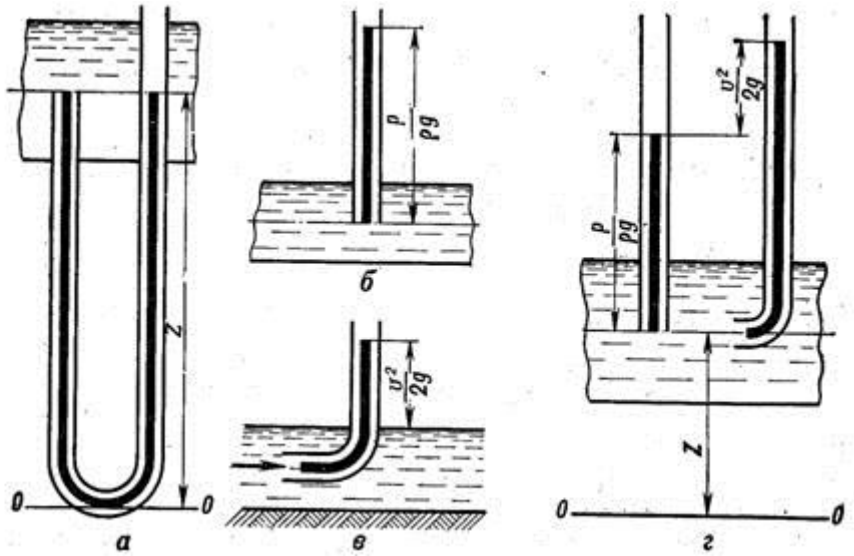


Рис. Виды напора жидкости: *а*– геометрический напор; *б* – пьезометрический напор; *в* – скоростной напор в открытом потоке; *г* – виды напора в трубопроводе. Второй член **h_p =** $\frac{p}{\gamma}$ - это пьезометрическая высота или пьезометрический напор. На такую высоту поднялась бы жидкость по пьезометрической трубке под действием избыточного или манометрического давления(рис. *б*). Третий член **h_v=** $\frac{v^2}{2g}$ - это скоростная высота или скоростной напор. Этот напор в открытом, безнапорном русле измеряется изогнутой трубкой - трубкой Пито (рис. *в*), а в закрытом трубопроводе – при помощи двух: пьезометрической трубки и трубки Пито (рис. *г*). Разность уровней жидкости в этих трубках и характеризует скоростной напор. Таким образом, каждый член уравнения Бернулли характеризует тот или другой вид напора жидкости. Поэтому уравнение Бернулли в целом отражает полный напор жидкости **H** в любом живом сечении. В гидравлике для характеристики удельной энергии часто используют понятие напора. Под напором понимают энергию жидкости, отнесенную к единице силы тяжести, а не массы, как это было сделано при выводе уравнения Бернулли. В соответствии с этим вместо $z + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} =$ **const**.

Получаем

$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} =$ **const**..

- уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости в другой форме, удобной для гидравлических расчетов.

Аналогично будем различать напоры;

полный **H =** $z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g}$,

геометрический **z,**

пьезометрический $\frac{p}{\rho g}$,

скоростной $\frac{v^2}{2g}$.

При этом уравнение Бернулли

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = \text{const}$$

формулируется так; **для элементарной струйки идеальной жидкости полный напор, то есть сумма геометрического, пьезометрического и скоростного напоров, есть величина постоянная во всех ее сечениях**.

Нетрудно доказать, что между напором и удельной энергией существует следующая простая зависимость;

Н = э/g.

Напор измеряется единицами длины **[z , $\frac{p}{\gamma}$, $\frac{v^2}{2g}$]**. Это дает возможность строить графики уравнения Бернулли. По оси абсцисс откладывают расстояния по оси струйки от некоторого сечения, принимаемого за начальное, а по оси ординат - значения составляющих напора для ряда сечений.

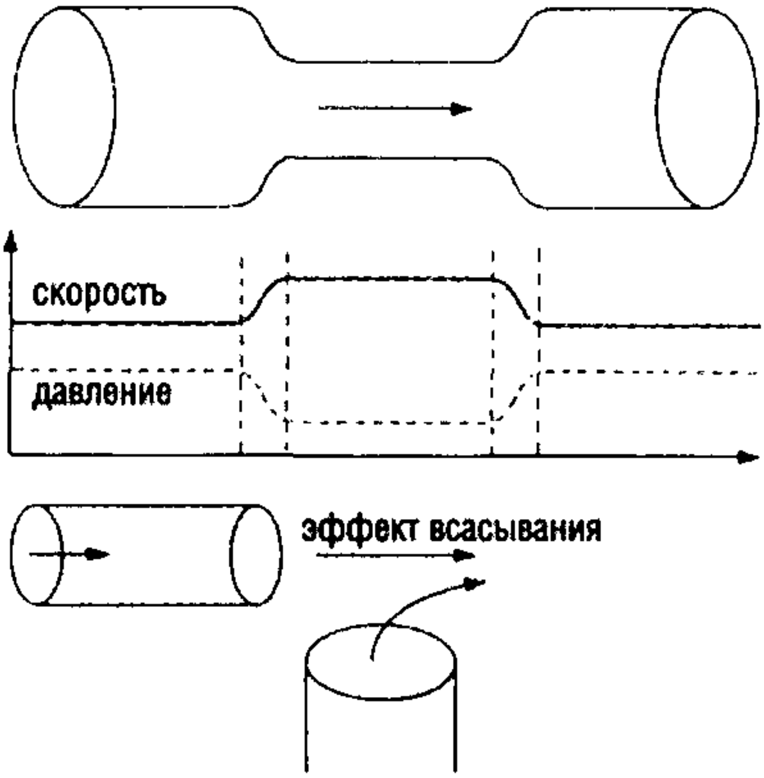
Третий член этого уравнения - это кинетическая энергия частиц жидкости; два первых члена уравнения отражают второй вид энергии – потенциальную энергию, причем первый член отражает энергию положения, а второй – энергию давления.

Таким образом, **энергетический смысл уравнения Бернулли заключается в том, что каждый член этого уравнения характеризует тот или иной вид удельной энергии, а уравнение в целом – полную удельную энергию жидкости в любом живом сечении**.

Линейная размерность членов уравнения Бернулли позволяет, вычислив их значения для различных живых сечений, построить график Уравнения Бернулли (иллюстрирующий изменение видов напора по длине струйки). Напор измеряется единицами длины **[z , $\frac{p}{\gamma}$, $\frac{v^2}{2g}$]**. Это дает возможность строить графики уравнения Бернулли. По оси абсцисс откладывают расстояния по оси струйки от некоторого сечения, принимаемого за начальное, а по оси ординат - значения составляющих напора для ряда сечений.

Абсцисса - [отрезанный, лат.] одна из декартовых координат точки, обычно обозначается буквой **x.**

Ордината - [упорядоченный, лат] одна из координат точки, обычно **y**.



5.3. Закон Бернулли

Закон Бернулли объясняет эффект притяжения между телами, находящимися вблизи границ потоков движущихся жидкостей (газов). Согласно этому закону в потоке воздуха или воды там, где скорость движения выше, давление будет ниже.

По этому закону работает парадоксальный, на первый взгляд, объект. Из отверстия выходит воздух, несмотря на это, картонная бумага притягивается к нему, потому что именно в этом месте давление ниже. **По тому же принципу работает и фонтан Бернулли.** Из отверстия внизу дует поток воздуха, мяч постоянно находится в потоке. Если мяч несильно оттолкнуть в сторону, то он вернется обратно, так как в потоке давление меньше.

Вопросы к лекционному материалу.

1. Напишите УБ для струйки идеальной жидкости.
2. Какие Вы знаете условия для применения УБ?
3. Сформулируйте гидравлический смысл УБ.
4. Сформулируйте физический смысл УБ.
5. Какой закон физики отражает УБ?
6. Как УБ объясняет эффект притяжения тела к быстро двигающемуся поезду или автомобилю?

Лекция 6.Режимы движения жидкостей.

6.1. Режимы движения жидкостей.
6.2. Число Рейнольдса и критическое число Рейнольдса.
6.3. Критическая скорость.
6.4. Общая формула для определения потерь напора между двумя сечениями.
6.5. Потери напора на трение по длине. Уравнение Дарси-Вейсбаха.
6.6. Потери напора в местных сопротивлениях.

6.1. Режимы движения жидкостей.

Одна из основных задач практической гидравлики - оценка потерь напора на преодоление гидравлических сопротивлений, возникающих при движении реальных жидкостей в различных гидравлических системах. Точный расчет этих потерь во многом определяет надежность технических расчетов, степень совершенства и экономическую целесообразность инженерных решений, принимаемых при проектировании.

Чтобы правильно определить эти сопротивления, прежде всего необходимо составить ясное представление о механизме самого движения жидкости. При исследовании этого вопроса было сделано заключение о существовании двух различных, резко отличающихся друг от друга режимов движенияжидкости. Это со всей очевидностью было подтверждено в 1883 году физиком Рейнольдсом на основе простых и наглядных опытов.

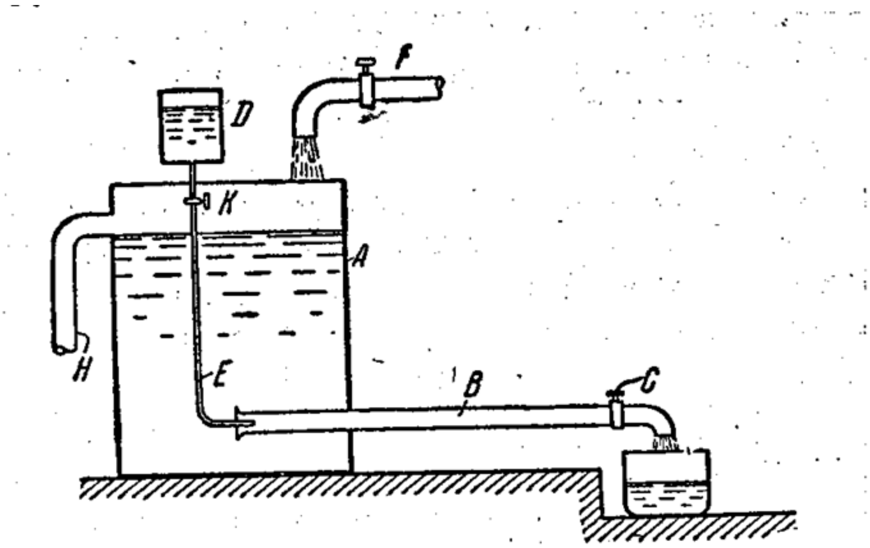
Сущность опытов сводится к следующему. К баку А подсоединена горизонтальная стеклянная труба В снабженная краном С. Над баком

устанавливается сосуд Д с окрашенной жидкостью, подаваемой в трубу В по тонкой трубке Е. Перед проведением опытов бак заполняют водой [из водовода через трубу F], и ее уровень поддерживают постоянным при помощи сливной линии Н. Затем, открывая кран С, в трубе В создают поток жидкости, а открывая кран К на трубе Е, в этот поток подают тонкую струю окрашенной жидкости.

Постепенно все более открывая кран С, можно повышать расход, и следовательно скорость течения жидкости в трубе В.

Можно наблюдать следующую картину; при небольших скоростях течения в трубе В окрашенная жидкость движется в виде отчетливо выраженной тонкой струйки не смешиваясь с потоком неокрашенной воды; при повышении скорости течения окрашенная струйка начинает колебаться и принимает волнообразные очертания. Затем на отдельных ее участках начинают появляться разрывы, она теряет отчетливую форму, и при каком-то определенном значении скорости полностью размывается жидкостью.

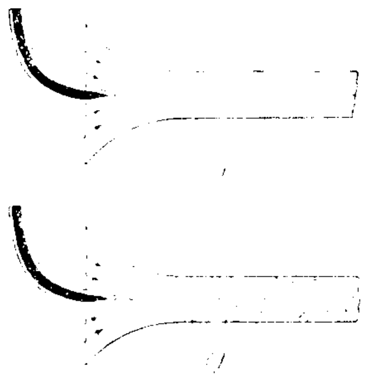
При этом отдельные частицы красящего вещества смешиваются со всей массой жидкости, равномерно ее окрашивая.



Если в этом случае подмешать в поток жидкости мелкие и твердые частицы такой же плотности, что и сама жидкость, перемешивание этих частиц будет происходить по весьма сложным траекториям.

Движение жидкости при малых скоростях, когда отдельные струйки жидкости движутся параллельно оси потока, называют ламинарным[лат, ламина - слой], или струйчатым. Ламинарное движение можно рассматривать как движение отдельных слоев жидкости, происходящее без перемешивания частиц.

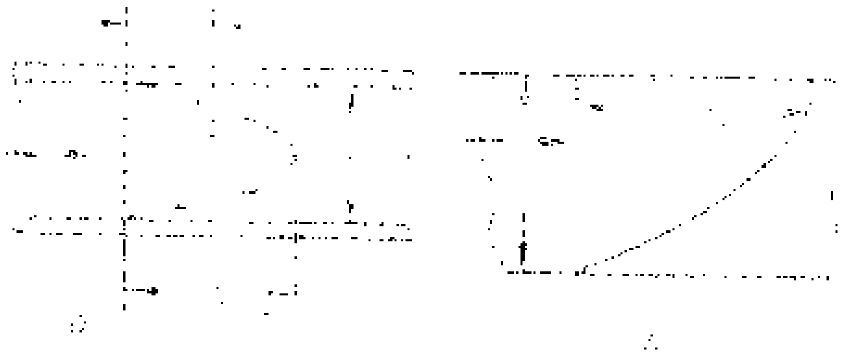
Второй вид движения жидкости, наблюдаемый при больших скоростях, называют турбулентным[лат, турбулентус - вихревой]. В этом случае в движении жидкости нет видимой закономерности.



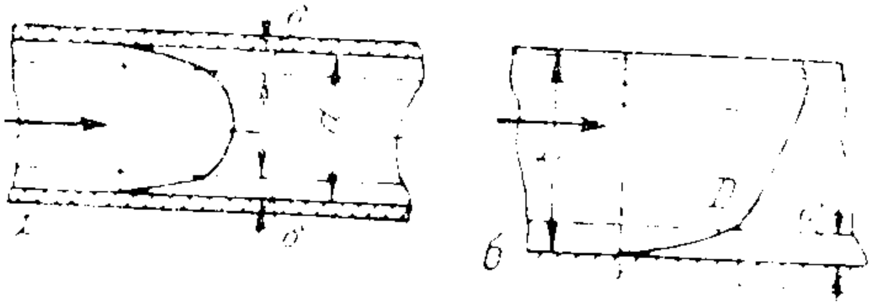
Отдельные частицы перемешиваются между собой и движутся по причудливым все время меняющимся траекториям. Такое движение называют беспорядочным. В действительности и при турбулентном режиме есть определенные закономерности.

Каждый из режимов имеет свою особенную эпюру распределения скоростей.

Для ламинарных а) закрытого и б) открытого потоков она будет иметь вид



Для турбулентных а) закрытого и б) открытого потоков она будет иметь вид



6.2. Число Рейнольдса.

Обобщив результаты своих опытов, проведенных на круглых трубах, а также исходя из некоторых теоретических соображений, Рейнольдс нашел общие условия при которых возможны существование того или иного режима и переход от одного режима к другому. Он установил, что основными факторами определяющими характер режима являются; средняя скорость движения жидкости υ, диаметр трубопровода **d**, плотность жидкости ρ, ее абсолютная вязкость μ. При этом чем больше размеры поперечного сечения и плотность жидкости и чем меньше ее вязкость, тем легче, увеличивая скорость, осуществить турбулентный режим.

Еще Ньютон высказал предположение [подтвержденное опытом], что силы сопротивления, возникающие при таком скольжении слоев, пропорциональны площади соприкосновения слоев и скорости скольжения. Тогда приняв площадь соприкосновения равной единице можно записать

$\tau = \mu$ **[dυ/dy]** *],*

где τ - сила сопротивления, отнесенная к единице площади, или напряжение трения; μ - коэффициент пропорциональности, зависящий от рода жидкости, или динамическая вязкость жидкости.

*Таким образом, <u>вязкость</u> есть физическое свойство жидкости характеризующее ее сопротивляемость скольжению или сдвигу. Величину **dυ/dy** - изменения скорости в направлении, нормальном к направлению самой скорости, называют <u>градиентом скорости, или скоростью сдвига.</u> Единицей измерения динамической вязкости является [Па/с], ее называют пуазейлем, иногда измеряют пуазами соотношение пуазейля к пуазу 1Па×с=10П. В гидравлике часто пользуются величиной, получаемой в результате деления динамической вязкости на плотность. Ее называют кинематической вязкостью и обозначают ν .*

В соответствии с определением кинематическая вязкость

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = [\frac{м^2}{с}].$$

Иногда в стоксах 1 Ст = $[\frac{см^2}{с}]$..

Для характеристик режима движения жидкости Рейнольдс ввел безразмерный параметр Re, учитывающий влияние перечисленных выше факторов, называемый числом [критерием] Рейнольдса.

$$Re = \frac{\upsilon d}{\nu}$$

Границы существования того или иного режима движения жидкости определяются двумя критическими значениями числа Рейнольдса; нижним **$Re_{кр.н}$**. и верхним **$Re_{кр.в}$**. Значения скорости, соответствующие этим значениям числа Рейнольдса, также называются критическими.

При **$Re < Re_{кр.н}$**. возможен только ламинарный режим, а при **$Re >. Re_{кр.в}$**. - только турбулентный, при **$Re_{кр.н}. < Re < Re_{кр.в}$**. наблюдается неустойчивое состояние потока, называемое переходным режимом. Переходный режим имеет, как ламинарные так и турбулентные включения.

Таким образом, для определения характера режима движения жидкости необходимо в каждом отдельном случае вычислить по формуле число Рейнольдса и сопоставить результат с критическими значениями.

В опытах самого Рейнольса получены следующие значения

$Re_{кр.н}. = 2000$, $Re_{кр.в}. = 12000$.

Многочисленные эксперименты проведенные в более позднее время, показали, что критические числа Рейнольдса не являются вполне постоянными и в действительность при известных условиях неустойчивая зона может оказаться значительно шире.

В настоящее время при расчетах принято исходить только из одного критического значения числа Рейнольдса - **$Re = 2300$.** При **$Re < 2300$** режим считается ламинарным, а при **$Re > 2300$** - всегда турбулентным. При этом движение жидкости в неустойчивой зоне исключается из рассмотрения, что приводит к некоторому запасу и большей надежности в гидравлических расчетах.

Без особого расчета могут быть получены значения **Re** для сечения любой формы (не только круговой). Имея в виду, что при круговом сечении гидравлический радиус равен **$R = \frac{d}{4}$**, подставим в формулу

$$Re = \frac{\upsilon d}{\nu}$$

вместо **d** его значение, равное **4R**. Тогда получим формулу для числа Рейнольдса, выраженного через гидравлический радиус

$$Re = \frac{\upsilon 4R}{\nu}$$

откуда

$$\frac{Re}{4} = \frac{\upsilon R}{\nu}$$

Принимая по-прежнему для критического значения числа Рейнольдса независимо от формы живого сечения **$Re_{кр.} = 2300$**, находим, что для сечения любой формы критерием для суждения о характере режима движения является величина, равная

$$\frac{2300}{4} = 575.$$

Таким образом, если

$\frac{\upsilon R}{\nu} < 575$, режим ламинарный,

если

$\frac{\upsilon R}{\nu} > 575$, режим турбулентный.

6.3. Критическая скорость.

Число Рейнольдса является одним из основных критериев гидродинамического подобия напорных потоков. Оно является мерой отношения кинетической энергии жидкости к работе сил вязкого трения и от него в общем случае зависят все безразмерные коэффициенты, входящие в расчетные зависимости, которые применяют в практике гидравлических расчетов.

Критическая скорость Рейнольдса — величина средней скорости потока, соответствующая критическому числу Рейнольдса при данных условиях.

6.4. Общая формула для определения потерь напора между двумя сечениями.

В уравнении Бернулли для потока реальной жидкости есть слагаемое

h_{n-n+1}, которое учитывает все потери, возникающие при движении потока от одного сечения до другого (от n-го до n + 1). Эта величина определяется по формуле

$h_{n-n+1} = h_{дл} + \Sigma h_{м.с.}$,

где

$h_{дл}$ - потери удельной энергии, возникающие по длине трубопровода,

$\Sigma h_{м.с}$ - сумма всех местных потерь удельной энергии, возникающих в местах, где поток меняет или направление, или величину, или одновременно и направление и величину.

Считается, что потери энергии преобразуются в тепловую энергию, которая рассеивается в окружающей среде.

6.5. Потери напора на трение по длине. Уравнение Дарси-Вейсбаха.

Потери по длине потока (линейные потери) обычно обозначаются $h_{дл}$.

Это затраты удельной энергии потока (напора) на преодоление сопротивления трению:

- трению потока о стенки трубопровода, связанные с шероховатостью,
- трение струек друг о друга, связанного с вязкостью.

Эти потери определяются по формуле Дарси-Вейсбаха.

$$h_{дл} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g},$$

где

l – длина трубопровода,

d – диаметр трубопровода, когда трубопровод не круглый, то необходимо воспользоваться гидравлическим радиусом R,

υ - скорость потока в конечном сечении трубопровода.

λ - коэффициент гидравлического трения, чаще определяемый теоретически. Ниже приводятся наиболее простые из известных формул для определения коэффициента гидравлических сопротивлений. Известно несколько формул для определения **λ** для более точных расчетов этого коэффициента и привязанные к определеным условиям потока:

а) для турбулентного потока по формуле Блазиуса

$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}$$

б) для ламинарного потока

$$\lambda = \frac{64}{Re},$$

где Re – число Рейнольдса, определяемое по формуле

$$\mathbf{Re} = \frac{\vartheta d}{\nu};$$

ν - коэффициент кинематической вязкости.

υ - средняя скорость потока в трубопроводе в конечном-последнем сечении,

d - диаметр трубопровода, если трубопровод не круглый пользуются гидравлическим радиусом, **4R = D**, где

$$\mathbf{R} = \frac{\omega}{\chi} = (\text{м})$$

ω - площадь живого сечения трубопровода,

χ - смоченный периметр.

Более поздние исследования показали, что на потерю напора помимо скорости оказывают существенное влияние ряд факторов не учитываемых формулой Дарси-Вейсбаха [характер режима, форма и размеры сечения, вязкость жидкости, материал и состояние стенок].

Исследования выявили, что квадратичный закон сопротивления подтверждается не всегда, чаще для режимов с большими числами Рейнольдса.

Однако формулы Дарси-Вейсбаха удобны для практических целей и используются для обоих режимов. Отклонения же от этих формул учитываются поправочными коэффициентами для всех указанных факторов с помощью справочной литературы.

6.6. Потери напора в местных сопротивлениях.

При движении реальной жидкости по водотоку кроме потерь на трение по длине потока могут возникать и местные потери напора.

Причиной последних являются разного рода конструкционные вставки – конструктивные элементы гидравлической системы, необходимость которых вызвана условиями проекта сооружения, а также его эксплуатации.

Конструктивные элементы гидравлической системы (они же местные сопротивления) вызывают изменение потока движения жидкости:

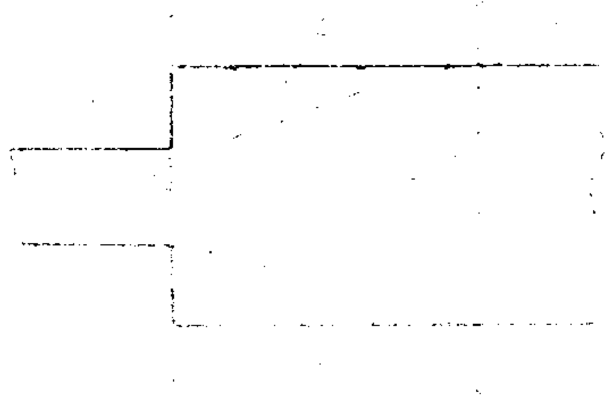
а) по величине (запорная арматура, сужение и расширение, резкое и плавное),

б) по направлению (колено трубопровода, гусак),

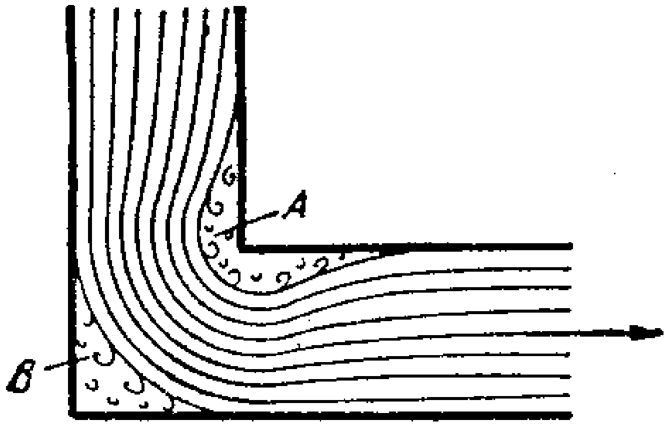
в) одновременно по значению и по направлению (воздуховоды, тройники).

Потери от местных сопротивлений возникают из-за изменения величины и направления местных скоростей. Это наглядно видно при рассмотрении эпюр распределения линий тока и скоростей в различных сечениях местных сопротивлений. Ниже приведены схемы распределения линий тока для некоторых гидравлических сопротивлений.

Линии тока при резком расширении потока



Линии тока при повороте потока на 90°



В практических расчетах местные потери определяют по формуле, выражающей потерю пропорционально скоростному напору.

h м.п.= ξ $\frac{v^2}{2g}$.

где υ - средняя скорость движения жидкости в сечении потока за местным сопротивлением;

ζ - безразмерный коэффициент, называемый коэффициентом местного сопротивления, его значение определяют опытным путем, для наиболее распространенных случаев его значение есть в справочной литературе.

Вопросы к лекционному материалу.

1. Экспериментальная установка Рейнольдса.
2.Напишите формулу для определения числа Рейнольдса.
3.Режимы движения потока жидкости.
4.Число Рейнольдса и критическое число Рейнольдса.
5.Эпюры скоростей каждого из режимов.
6. Понятие - критическая скорость, для числа Рейнольдса.
7. Общая формула для определения потерь напора между двумя сечениями.
8. Почему возникают потери напора потока по длине?
9. Напишите формулу для определения потерь напора по длине, для круглых и не круглых сечений потока.
10. Влияют ли на величину потерь по длине следующие факторы: режим потока, вязкость жидкости, форма потока, материал из которых сделаны трубы и качество этих труб?
10. Что такое местные сопротивления потока? Приведите примеры.
11. Объясните почему возникают потери напора от местных сопротивлений?

12. Напишите формулу для определения потерь напора в местных сопротивлениях.

Лекция 7. Механизм турбулентного потока.

7.1. Особенности движения турбулентного потока.
7.2. Гидравлически гладкие и шероховатые трубы.
7.3. Исследования Никурадзе.

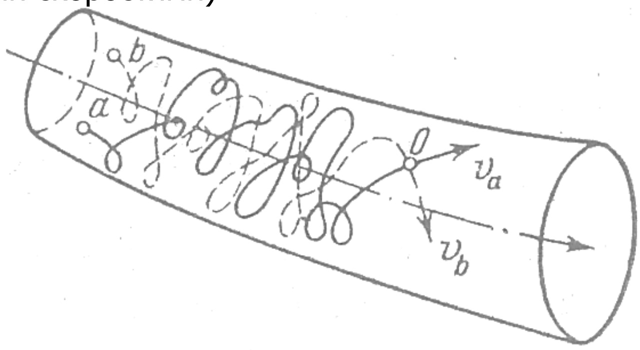
7.1. Особенности движения турбулентного потока.

Многочисленные попытки подойти к исследованию турбулентного режима методами математического анализа оканчивались неудачей из-за невозможности охватить с помощью стройной законченной теории наблюдаемое многообразие и сложность явлений. Проследить за отдельно взятой частицей, и найти уравнения описывающие все ее движения – задача практически неразрешимая.

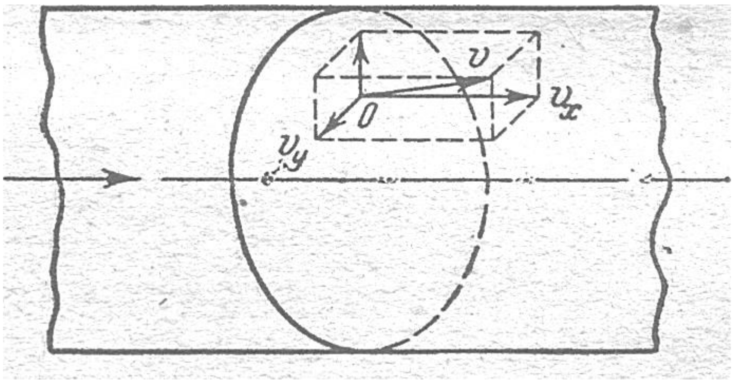
Современная гидродинамика при изучении турбулентного режима идет по пути использования статистического метода исследования, рассмотрения не истинных, а сглаженных – средних по времени характеристик потока. На основании теоретических и и экспериментальных исследований с помощью такого метода можно установить основные качественные закономерности, объясняющие механизм движения, а также получить определенную количественную оценку этих закономерностей, что важно для практических целей.

В некотором потоке жидкости при турбулентном режиме, каждая частица потока участвует, как в продольных, так и в поперечных движениях. Но при этом всегда можно определить направление движения потока.

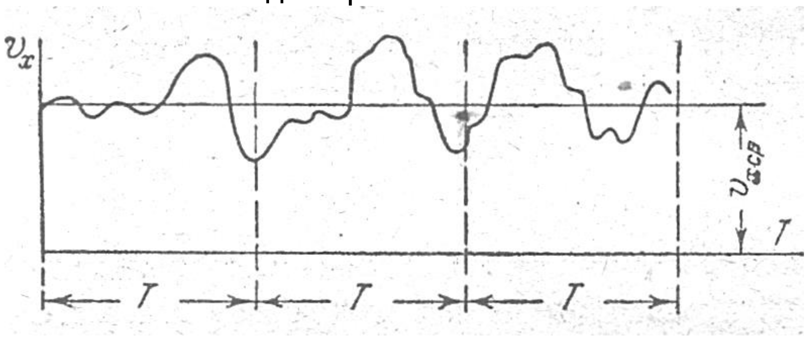
Отметим в пространстве, заполненном движущейся жидкостью, некоторую точку O. Через нее будут проходить различные частицы жидкости (a,b), причем скорости этих частиц будут различны не только по величине, но и по направлению. Скорости движущихся частиц жидкости в данной точке в данный момент времени называют мгновенными скоростями (иногда мгновенными местными скоростями).



Любую мгновенную скорость можно разложить на три составляющие: продольную, по оси x v_x, направленную по оси потока, и две поперечные, лежащие в плоскости живого сечения потока - горизонтальную составляющую v_y по оси y, и вертикальную v_z по оси z.



Изобразим графически изменения этих составляющих в зависимости от времени. На рисунке приведен график для осевой составляющей мгновенной скорости, соответствующей направлению движения всего потока и имеющей наибольшее значение для практики.



Такие же графики могут быть построены и для поперечных составляющих. Эти графики называются графиками пульсаций, а само изменение какой-либо составляющей мгновенной скорости во времени называется пульсацией скоростей.

Явление пульсации может быть обнаружено в потоке, при непосредственном наблюдении, по колебанию уровня в трубке Пито, гидрометрической вертушкой и т.д.

Поскольку мгновенная скорость в данной точке непостоянна, изменяется во времени, для удобства исследования вводится понятие усредненной скорости – средняя скорость в данной точке за достаточно большой промежуток времени, ее обозначают $\bar{U}$. Черта над буквой означает операцию усреднения.

Вектор полной усредненной скорости будет определяться выражением

$$\bar{U} = \sqrt{\bar{U}_x^{\,2} + \bar{U}_y^{\,2} + \bar{U}_z^{\,2}}$$

Разность между истинным и усредненным значениями мгновенной местной скорости называют пульсационной составляющей скорости (пульсационной скоростью или пульсационной добавкой). Ее обычно обозначают υ′.

Сумма пульсационных скоростей в рассматриваемой точке О за время t, как и среднее значение пульсационной скорости в данной точке равно 0.

Из выше сказанного следует : усредненная скорость есть такая постоянная фиктивная скорость, с которой в течении некоторого времени через данное элементарное сечение должны двигаться частицы жидкости для того, чтобы расход жидкости был равен действительному расходу, прошедшему через элементарное сечение, за то же время, что и при истинных изменяющихся скоростях.

Понятие усредненной скорости, нельзя смешивать с понятием средней скорости, представляющей собой не среднюю по времени скорость в данной точке, а среднюю скорость для всего поперечного сечения.

Введение понятия усредненной скорости облегчило изучение механизма турбулентного режима. Как показывает обработка графиков пульсации, усредненная скорость достаточно продолжительное время остается постоянной. Поэтому в турбулентном потоке вместо поля мгновенных скоростей можно рассматривать поле усредненных скоростей, и говоря о скоростях элементарных струек в турбулентном потоке, будем иметь в виду усредненные по времени скорости. Это позволяет рассматривать турбулентное движение как движение установившееся, хотя строго говоря, оно является неустановившимся, т.к. линии тока в каждый момент времени изменяют свою форму.

Как было установлено, в турбулентном потоке всегда наблюдается пульсация скоростей. Под действием пульсации частицы жидкости, движущиеся в главном (осевом) направлении потока, получают и поперечные перемещения, вследствии чего между соседними слоями жидкости возникает обмен частицами, вызывающий непрерывное перемешивание жидкости. Однако у стенок, ограничивающих поток, создаются особые условия для движения жидкости.

Было установлено, что скорости течения жидкости непосредственно на самой поверхности стенок, вследствии прилипания к ним смачивающей жидкости, равны нулю. На очень малом расстоянии от стенок скорости достигают значительной величины по сравнению с описанными выше точками, а в остальных, более удаленных от стенок точках поперечного сечения, происходит дальнейшее увеличение скорости (но значительно медленнее).

Все это явилось основанием для установления схематизированной модели турбулентного потока, обычно принимаемой за основную рабочую схему при исследованиях турбулентного режима. По этой схеме

1 слой - непосредственно на самой поверхности стенок, слой прилипания или нулевой слой смачивающей жидкости, в котором скорости равны нулю,

2 слой - у стенок образуется тонкий слой, в котором скорость изменяется не скачкообразно, а непрерывно и движение жидкости происходит по законам ламинарного режима, называемым вязким (ламинарным) подслоем, короткой переходной зоной к основной части потока,

3 слой - основная – центральная часть потока (ядро) – которая движется турбулентно с одинаковой для всех частиц осредненной скоростью.

Наличие у стенок твердых границ делает невозможным поперечное движение частиц жидкости. В ламинарном подслое перемешивание жидкости не происходит, ее частицы движутся здесь по слегка извилистым траекториям, почти прямолинейно и параллельно стенкам.

Равномерное распределение скоростей, наблюдаемое в ядре потока, объясняется интенсивным перемешиванием основной массы жидкости в этой центральной части потока.

Наличие вязкого (ламинарного) подслоя доказано экспериментально в результате тщательных и точных измерений. Толщина этого слоя мала и обычно определяется долями миллиметра. Она зависит от числа Рейнольдса и тем меньше, чем больше это число, т.е. чем больше турбулентность потока.

Толщина отдельных вязкого подслоя потока может быть установлена из следующих формул:

Вязкий (ламинарный) подслой -

$$\delta_{в.п.} = 62{,}8\ d\ Re^{-0{,}875}$$

Где d – диаметр трубы

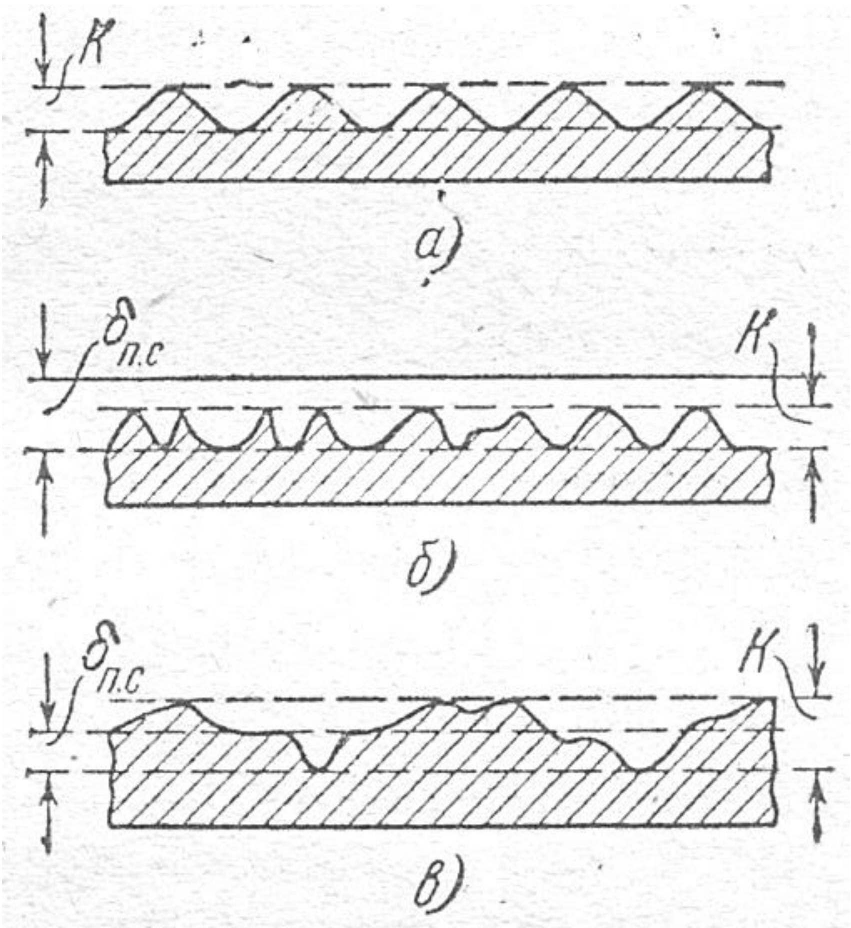
Или

$$\delta_{в.п.} \approx \frac{30\, d}{Re\sqrt{\lambda}}$$

7.2. Гидравлически гладкие и шероховатые трубы.

Шероховатость поверхности водотоков (труб, каналов и т.д.) может быть весьма различной. Если поверхность труб и открытых лотков покрывается специально отсортированными зернами песка одной фракции, то получают равнозернистую поверхность (а). Такую шероховатость получают обычно только в лабораторных условиях.

Поверхность труб и открытых водотоков обычно неравнозернистая, она может быть волнистой с различными высотами и длинами волн (или микроволн), (б,в).



В трубах помимо выступов с неодинаковыми размерами и формой может быть и регулярная шероховатость, обусловленная технологией изготовления и назначением труб (гофрированные трубы).

Синтетические гофрированные дренажные трубы различаются по очертанию гофров и относительному расстоянию s/h между вершинами гофров. В синтетических негофрированных трубах отношение длины микроволн к их высоте составляет от 15 до 35.

В водотоках, проходящих в песчаных несвязанных грунтах, на дне (иногда откосах) образуются различные формы рельефа (гряды – крупные образования, рифели - мелкие). Поверхность этих форм покрыта зернами песка.

Возможны и другие шероховатости с выступами различных размеров по всем трем координатам. Их расположение может быть очень различным.

Учет конкретных особенностей шероховатостей необходим для гидравлических исследований и расчетов.

В качестве основной характеристики шероховатости служит так называемая абсолютная шероховатость Δ, представляющая собой среднюю величину указанных выступов и неровностей, измеренную в линейных единицах. Так для

- чистых цельнотянутых труб из латуни, меди, свинца Δ = 0,01 мм.
- старых стальных труб Δ = 0,5 – 2,00 мм.

Соотношение между высотой выступов идеализированной шероховатости Δ и толщиной вязкого подслоя $\delta_{в.п.}$, определяет структуру потока.

Если высота выступов шероховатости Δ меньше , чем толщина вязкого подслоя $\delta_{в.п.}$, то все неровности полностью погружены в этот подслой и жидкость в пределах этого подслоя плавно обтекает выступы шероховатости. В этом случае шероховатость стенок не влияет на характер движения и соответственно потери напора не зависят от шероховатости. Такие стенки и трубы (или русла) условно называются гидравлически гладкими

Если высота выступов шероховатости Δ превышает толщину вязкого подслоя $\delta_{в.п.}$, то неровности стенок выходят в пределы турбулентного ядра, поток обтекает выступы с отрывом, сопровождающимся интенсивным перемешиванием частиц. В этом случае потери напора зависят от шероховатости, и такие трубы (русла) называются гидравлически шероховатыми.

В третьем случае, являющемся промежуточным между двумя вышеперечисленными, абсолютная высота выступов шероховатости примерно равна толщине вязкого подслоя.

Толщина вязкого подслоя может будет найдена через коэффициент гидравлического трения или как его еще называют коэффициент гидравлического сопротивления (коэффициент Дарси)

$$\delta_{в.п.} \approx \frac{30\, d}{Re\sqrt{\lambda}}$$

Из формулы очевидно, что с ростом числа Рейнольдса, а также коэффициента Дарси, толщина вязкого подслоя уменьшается.

Разделение стенок на гидравлически гладкие и шероховатые является условным. Так как видно из последней формулы, толщина вязкого подслоя обратно пропорциональна числу Рейнольдса.

При движении жидкости вдоль одной и той же поверхности с неизменной высотой выступа шероховатости в зависимости от числа Рейнольдса толщина вязкого подслоя может меняться. При увеличении числа Рейнольдса толщина вязкого подслоя $\delta_{в.п.}$ уменьшается и стенка, бывшая гидравлически гладкой, может стать шероховатой, так как высота выступов шероховатости окажется больше толщины вязкого подслоя и шероховатость станет влиять на характер движения, следовательно, и на потери напора.

7.3. Экспериментальное изучение коэффициента гидравлического сопротивления

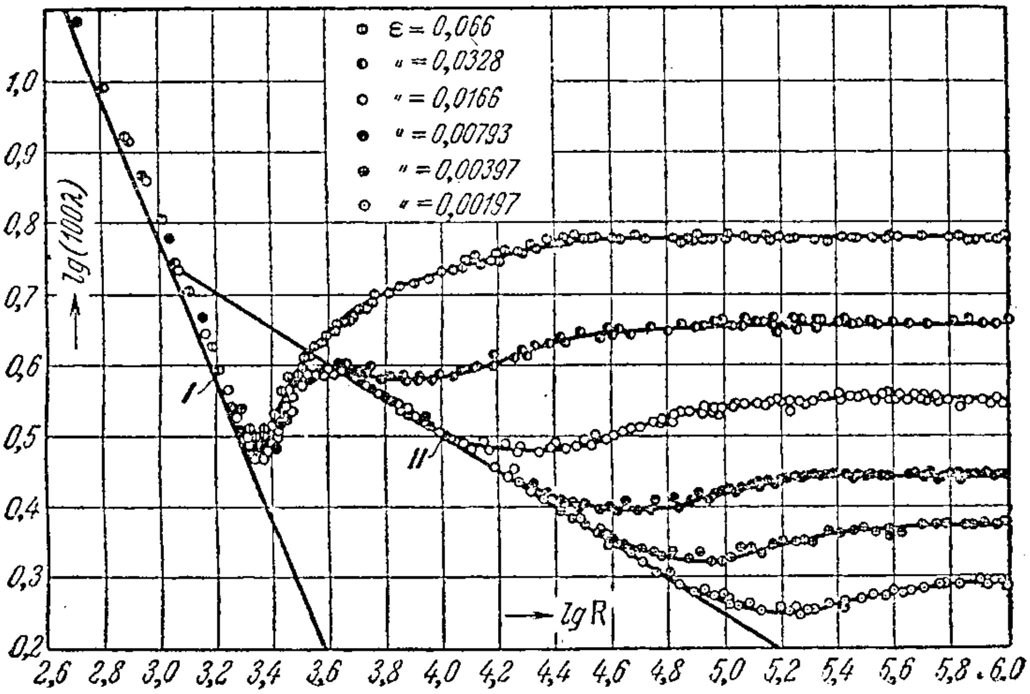
Вопросу влияния различных факторов на значение коэффициента Дарси посвящено много экспериментальных и теоретических работ. Важное значение для изучения коэффициента λ имеют опыты Никурадзе.

Опыты были поставлены очень тщательно и проводились в трубах с искусственной однородной шероховатостью созданной наклеиванием зерен песка определенного размера на внутреннюю поверхность труб. В трубах с такой шероховатостью при различных расходах определялась потеря напора, и по формуле :

$$h_{дл} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g},$$

Вычислялся коэффициент λ, значения которого наносились на график в функции от числа Рейнольдса.

Результаты опытов Никурадзе представлены на графике.



Рассматривая указанный график можно сделать следующие важные выводы.

1. В области ламинарного режима (при Re = 2300, чему соответствует lg Re = 3,36) все опытные точки независимо от шероховатости стенок уложились на одну прямую 1 в левой части графика. Следовательно, здесь λ зависит только от числа Рейнольдса и не зависит от шероховатости.

2. При значениях числа Рейнольдса от 2300 до 3000 (переходная область от ламинарного режима к турбулентному) коэффициент λ быстро возрастает с увеличением Re, оставаясь одинаковым для различных шероховатостей.

3. В области турбулентного режима (при Re = 3000, чему соответствует lg Re = 3,48) начинает сказываться влияние шероховатости стенок . При этом чем больше шероховатость, тем выше значение λ для одних и тех же чисел Рейнольдса.

Здесь необходимо сказать о понятии относительной шероховатости **ε**, под которой понимают безразмерное отношении абсолютной шероховатости Δ к некоторому линейному размеру, характеризующему сечение потока (например к радиусу трубы r, или глубине жидкости в открытом потоке h).

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{r}$$

Иногда вводят понятие относительной гладкости **ε′**

$$\varepsilon' = \frac{r}{\Delta}.$$

Но в действительности на гидравлические сопротивления влияет не только абсолютная шероховатость, но и форма выступов, их густота, и характер расположения. Различают стенки с равномерной и неравномерной шероховатостью. Равномерная шероховатость обычно создается в лаборатоных условиях, неравномерная шероховатость характерна для промышленных трубопроводов.

Трубы с равномерной шероховатостью можно считать гидравлически гладкими при

$$\varepsilon \leq 33{,}7\, Re^{-0{,}875}$$

Трубы с неравномерной шероховатостью можно считать гидравлически гладкими, если

$$\varepsilon \leq 10\, Re^{-0{,}875}$$

Для труб с большой относительной шероховатостью ε коэффициент λ постепенно возрастает с увеличением Re, достигая некоторого значения, сохраняющегося потом постоянным.

Опыты Никурадзе проводились в начале 20 века, в дальнейшем многие ученые, также фундоментально, исследовали гидравлические сопротивления. Основные закономерности были подтверждены. Но были внесены некоторые изменения и дополнения в эти закономерности.

Но эти дополнения лишь подтверждают монументальность труда проделанного Никурадзе, они показывают громаду задачи, которую он взялся решить и в решил в основном, что заслуживает глубокого уважения.

Так советский ученый А. П. Зегжда установил, что результаты, полученные Никурадзе для круглых труб, оказываются справедливыми и для открытых, безнапорных потоков.

В 1938 году им были закончены опыты над движением жидкости в открытых каналах прямоугольного сечения. Опыты производились при разных уклонах, ширине и глубине потока и различных величинах, относительной шероховатости.

Обработка опытных данных Зегжда привела к определению графика, аналогичного графику Никурадзе для круглых труб, и показала не только качественное, но и количественное соответствие наблюдаемых в обоих случаях закономерностей. График Зегжда схематически близок к графику Никурадзе.

Е. 3. Рабинович в 1946 году показал, что выводы Никурадзе подтверждаются также при движении в песчаных, цилиндрических каналах таких необычных жидкостей, как расплавленные металлы (чугун, сталь).

Вопросы к лекционному материалу.

1. Основные особенности движения турбулентного потока.
2. Что такое поле мгновенных скоростей?
3. Что такое график пульсаций?
4. Что такое осредненная скорость?
5. Чем отличаются осредненная и средняя скорости?
6. Что такое пульсационная скорость? Как еще ее называют?
7. Как в гидравлике представляют схематизированную модель турбулентного потока.
8. Понятие шероховатости. В каких единицах ее измеряют?
9. Понятия: абсолютной шероховатости, относительной шероховатости и относительной гладкости.
10. Гидравлически гладкие и шероховатые трубы.
11. В чем основной смысл графиков Никурадзе и его последователей?

Лекция 8.Истечение жидкости из отверстий и насадков.

8.1. Общие понятия истечения.

Истечение жидкости из отверстий – одна из основных задач гидравлики, отправная точка ее развития. Основное уравнение гидродинамики – УБ – было получено при исследовании истечения. Задача об истечении сводится к определению скорости и расхода вытекающей жидкости. Очень просто она решается, когда напор одинаков по всему поперечному сечению. При истечении жидкости рассматривается движение жидкости на коротком участке, поэтому сопротивления по длине потока очень малы и ими пренебрегают. Потери напора определяются только величиной местных сопротивлений. Расчету истечения уделяется большое внимание потому, что гидравлический расчет многих гидротехнических сооружений и устройств (шлюзов, регуляторов, водоспусков, труб под насыпями, сифонов, дюкеров, гидромониторов) проводится по формулам истечения.

8.2.Классификация отверстий.

1.Истечение жидкости через отверстие и насадки может происходить при постоянном или переменном уровне:

- наибольший практический интерес и большее применение имеет истечение при постоянном напоре;
- истечение при переменном уровне жидкости представляет собой случай неустановившегося движения, такое движение существует в некоторых частных практических случаях (опорожнение сосудов и водохранилищ).

2. Истечение при постоянном и переменном уровне может происходить:

-или в атмосферу (через незатопленное отверстие),

- или в другой сосуд или другую камеру, гидротехнического сооружения, где уровень воды стоит выше отверстия, через которое происходит истечение, такое истечение называют «истечением под уровень».

3. Различают истечение жидкости через тонкую и толстую стенку.

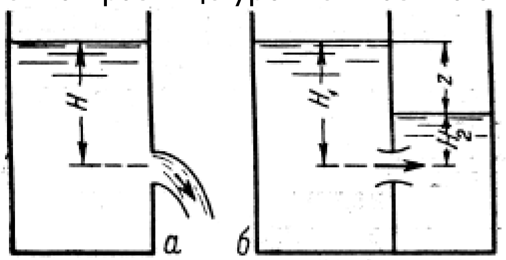
- Отверстием в тонкой стенке называется отверстие края которой имеют острую кромку и толщина, которой $t < 3d$, t – толщина стенки,

d – диаметр отверстия.

- Истечение через толстую стенку, считают аналогичным (по механизму истечения и расчету) истечению через внешний кругло-цилиндрический насадок Вентури.

При истечении жидкости в атмосферу расстояние от свободной поверхности жидкости до центра тяжести отверстия обозначают H и называют напором. Разность уровней при истечении «под уровень» (разность горизонтов $H_1 – H_2$) обозначают Z.

Истечение при постоянном уровне или при постоянной разнице уровней называют истечением при постоянном напоре, а при переменном уровне или переменной разнице уровней называют истечением при переменном напоре.



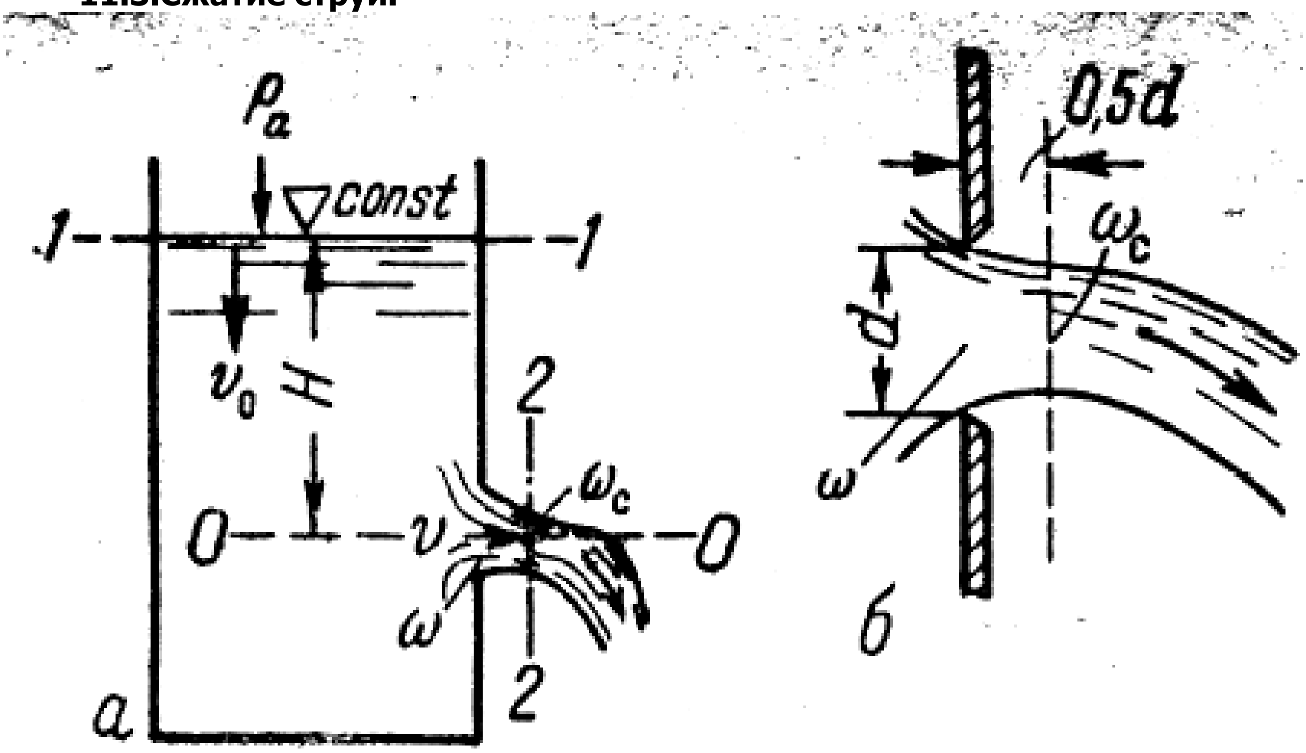
По величине различают малые и большие отверстия.

Малым отверстие называют тогда, когда его вертикальный размер в 5-10 раз меньше напора или разности уровней H или Z.

d < 5 … 10 H,   d < 5 … 10 Z.

Считают, что все точки малого отверстия находятся на одной и той же глубине, а скорости течения во всех точках такого сечения одинаковой величины.

11.3.Сжатие струи.



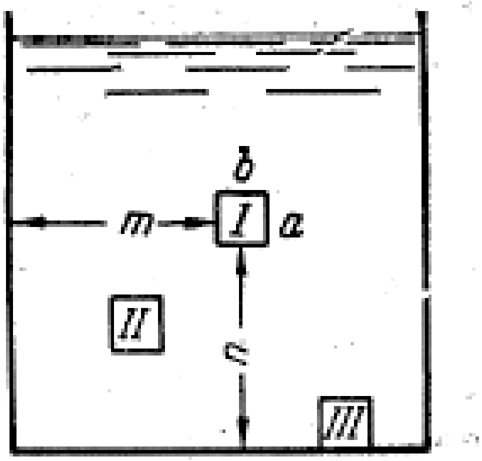
Жидкость вытекает через малое отверстие (площадью $\dot{\omega}$), расположенное в тонкой боковой стенке сосуда. Истечение происходит под постоянным напором H в атмосферу, отверстие незатопленное. Вытекающая струя жидкости на выходе из отверстия испытывает сжатие поперечного сечения. Наибольшее сжатие струи имеет место на расстоянии **l = 0,5 d**.

d – диаметр отверстия. Движение жидкости в сжатом сечении близко к параллельно-струйному. Отношение площади сжатого сечения к площади отверстия называется коэффициентом сжатия

$$\varepsilon = \frac{\omega_c}{\omega_{отв}}$$

Величина коэффициента сжатии зависит от характера сжатия, которое бывает: полным, неполным, совершенным и несовершенным и находится в

пределах **ε** = 0,60 … 0,64.
Полным называется сжатие, когда струя испытывает сжатие со всех сторон (отверстия I и II).
Полное сжатие делят на:
- совершенное, когда 3a ≤ n , 3a ≤ m. В этом случае свободная поверхность, стенки и дно сосуда не оказывают влияния на сжатие струи.
- несовершенное, когда n ≤ 3a , m ≤ 3a, когда оказывают влияние на сжатие струи свободная поверхность, стенки и дно сосуда. Коэффициент сжатия будет больше, чем у совершенного сжатия.



Неполное, когда сжатия нет с одной или двух сторон, когда отверстие расположено у дна, у стенки или одновременно у дна и стенки. Неполное сжатие характеризуется большим коэффициентом сжатия, по сравнению с полным сжатием.

Форма сечения струи жидкости при истечении меняется, эти перемены называют **инверсией**. Инверсия объясняется, тем, что скорости подхода к к отверстию, в разных точках периметра разные. Если струя круглая, то струя после выхода принимает форму эллипса, если квадратная, то постепенно приобретает форму креста, треугольное сечение приобретает форму звездочки.

8.4. Коэффициенты описывающие процесс истечения. Выше был определен один из коэффициентов описывающих истечение жидкости из отверстия – коэффициент сжатия **ε** = $\frac{\omega_c}{\omega_{отв}}$.

Истечение через незатопленное отверстие.

При истечении жидкости обычно необходимо определить скорость и расход. Применим УБ для струи на рисунке, где 1-1 –свободная поверхность жидкости в сосуде, 2-2 сжатое сечение струи, 0-0 горизонтальная плоскость проходящая через центр отверстия.

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{1-2}$$

υ_1 – скорость подхода жидкости к отверстию,
υ_2 – скорость в сжатом сечении струи,
h_{1-2}- так как потери по длине не учитывают при истечении, то потери будут определяться по формуле

$$h_{м.п.} = \zeta \frac{v^2}{2g}.$$

$z_1 - z_2 = H$ – напор над центром отверстия,

p_1 и p_2 - одинаковы и равны атмосферному, поэтому их можно сократить.

Получим выражение

$$H+\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g}=\frac{\alpha_2 v_2^2}{2g}+h_{1-2}$$

α_1 и α_2 – из-за малости отверстия приравняем 1. Получим

$$H+\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g}=\frac{\alpha_2 v_2^2}{2g}+\xi\frac{\alpha_2 v_2^2}{2g}$$

$$H+\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g}=\frac{\alpha_2 v_2^2}{2g}(1+\xi)$$

$$v_2=\frac{1}{\sqrt{\left(H+\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g}\right)(1+\xi)}}$$

Величину

$$\varphi=\frac{1}{\sqrt{1+\xi)}}$$

называют коэффициентом скорости. Тогда скорость истечения можно определять по формуле

$$\upsilon=\varphi\sqrt{2gH_0},$$

где $H_0=H+\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g}$ - это напор с учетом скорости подхода, так как скорость подхода обычно мала, то

$$\upsilon=\varphi\sqrt{2gH}$$

Величина живого сечения пропускающего расход жидкости будет определяться формулой

$$\omega_c=\varepsilon\,\omega_{отв}$$

Поэтому расход через маленькое незатопленное отверстие будет определяться по формуле

$$Q=\varphi\,\varepsilon\,\omega_{отв}\sqrt{2gH}$$

Где величину

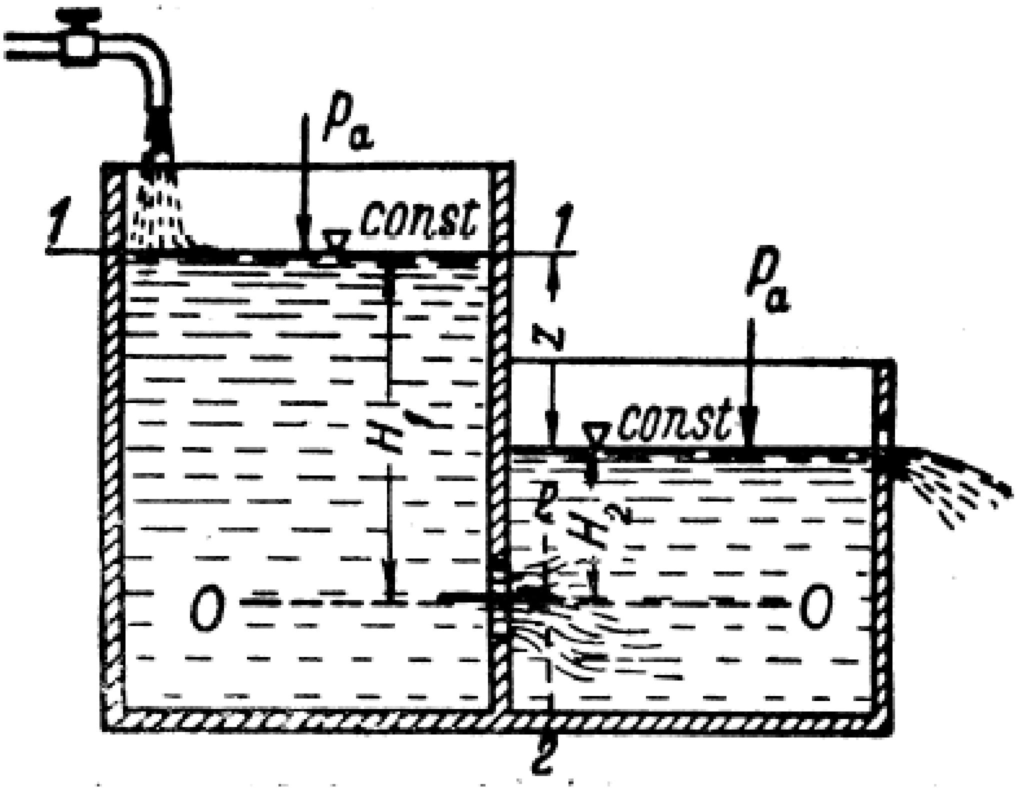
$$\varepsilon\,\varphi=\mu$$

называют коэффициентом расхода.

$$Q=\mu\,\omega_{отв}\sqrt{2gH}\ .$$

<u>Истечение жидкости через затопленное отверстие.</u>

Если истечение происходит не в атмосферу, а под уровень, т.е. отверстие затоплено, то в области выхода струи из отверстия образуется сжатое сечение. Составим УБ для сечений 2-2 и сечения 1-1, совпадающих со свободной поверхностью, относительно плоскости сравнения 0-0, проходящей через центр тяжести отверстия.



$$H_1 + \frac{p_a}{\gamma} + \frac{\alpha_1 \upsilon_1^2}{2g} = H_2 + \frac{p_a}{\gamma} + \frac{\alpha_2 \upsilon_2^2}{2g} + h_{1-2}$$

так как напор постоянный и положение 1- 1 не меняется, то

$$\frac{\alpha_1 \upsilon_1^2}{2g} = 0,$$

тогда УБ примет вид

$$H_1 = H_2 + \frac{\xi \frac{\alpha_2 \upsilon_2^2}{2g} \upsilon_2^2}{2g} + \xi \frac{\alpha_2 \upsilon_2^2}{2g}$$

упростим

$$(\alpha_2 + \xi)\frac{\upsilon_2^2}{2g} = H_1 - H_2 = z$$

$\alpha_2 = 1$, тогда

$$\upsilon = \sqrt{2gz}\,\frac{1}{\sqrt{(1+\xi)}}$$

имея в виду, что величина

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1+\xi}}$$

является коэффициентом скорости . Запишем

$$\upsilon = \varphi\sqrt{2gz}$$

Следует учесть, что струя вытекая из затопленного отверстия, как и при свободном пространстве, испытывает сжатие и поэтому

$$\omega_c = \varepsilon\,\omega_{отв}.$$

Тогда уравнение расхода для затопленного отверстия примет вид

$$Q = \varepsilon\,\varphi\,\omega_o\sqrt{2gz} = \mu\,\omega_{отв}\sqrt{2gz}$$

Очевидно, что формулы скорости и расхода для незатопленного отверстия и формулы скорости и расхода для затопленного отверстия, отличаются только тем, что во втором случае вместо величины напора **H**

используют разность уровней свободных поверхностей сосудов **Z** .

Значения Коэффициентов скорости и расхода в обоих случаях одинаковы

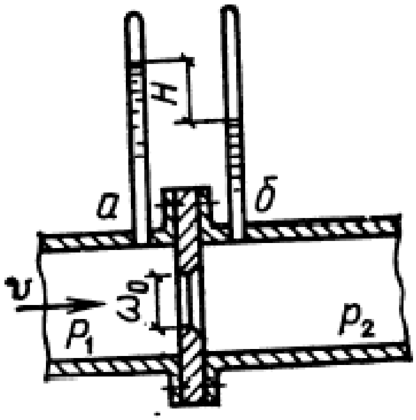
$\boldsymbol{\varphi = 0{,}97\ ;\ \mu = 0{,}62.}$

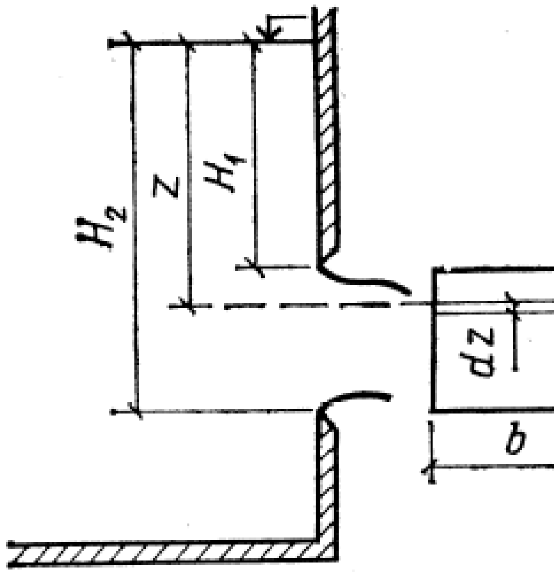
8.5. Измерительные диафрагмы.

Зависимость между проходящими, через отверстие расходом и перепадом давления

$Q = \mu\, \omega_{отв} \sqrt{2\, g\, z},$

может быть использована для измерения расхода жидкости с помощью измерительной диафрагмы





Измерительная диафрагма обычно имеет вид плоской перегородки с круглым отверстием в центре. Она устанавливается между фланцами трубопровода. Для измерения перепада давления до и после диафрагмы служат два пьезометра или дифференциальный манометр. Коэффициент расхода можно найти из формул

$$\varepsilon = \frac{\omega_c}{\omega_{отв}}$$

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1+\xi}}$$

$$\mu = \varepsilon\,\varphi = \frac{\omega_c}{\omega_{отв}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\xi}}\ .$$

Коэффициент расхода для каждого типа диафрагмы определяют экспериментально. Формула определения расхода жидкости справедлива и для газов, если перепад давления в диафрагме небольшой – меньше 3000 Па.

8.6. Истечение жидкости из насадков.

<u>Насадком</u> называется короткая напорная труба при гидравлическом расчете, которой потери по длине не учитываются. Насадок представляет собой патрубок плотно соединенный с отверстием в тонкой стенке. Чтобы струя жидкости выходила из насадка полным сечением, смачивая весь периметр его отверстия, длина насадка должна быть в пределах L = 3…5 D,

где D – внутренний диаметр насадка. Насадки влияют на коэффициенты скорости, сжатия и поэтому и на величину коэффициента расхода.

Расход при истечении через насадку - всегда больше расхода при истечении через отверстие. Коэффициент сжатия струи при истечении жидкости через насадку **$\varepsilon_н$ = 1,** а для **$\varphi_н$ = 0,82.**

Коэффициент сжатия струи при истечении жидкости через отверстие **$\varepsilon_о$ = 0,64,** а для **φ = 0,97.**

Типы насадков.

По форме различают следующие типы насадков : цилиндрические внешние (насадок Вентури), цилиндрические внутренние (насадок Борда), конические сходящиеся и расходящиеся, коноидальный насадок (имеющий вид вытекающей струи).

Общие расчетные формулы для определения расхода через насадки при постоянном напоре такие же, как и для отверстий

Для незатопленных

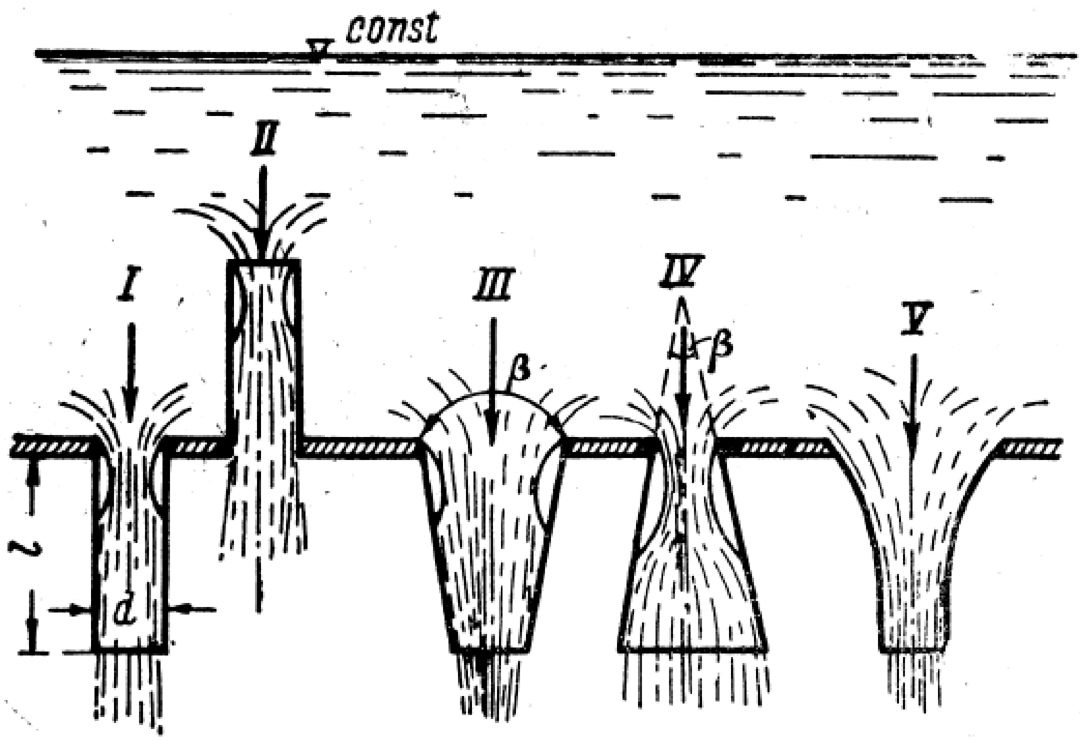
$$Q = \mu\, \omega_{отв} \sqrt{2gH}$$

Для затопленных

$$Q = \mu\, \omega_{отв} \sqrt{2g\,Z}$$

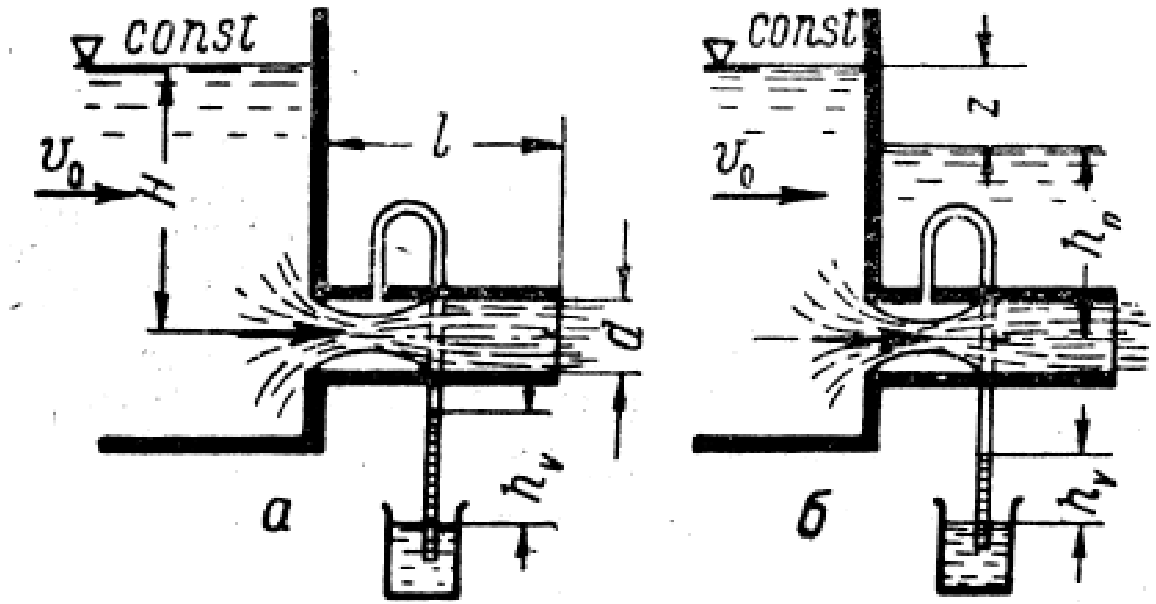
μ – коэффициент расхода, который определяется в зависимости от типа насадков.

$$\frac{Q_H}{Q_0} = \frac{\varphi_H}{\varphi_0} = \frac{\varepsilon_H}{\varepsilon_0} = 1{,}32 > 1$$



Внешний цилиндрический насадок.

Внешний цилиндрический насадок



Внешний цилиндрический насадок чаще всего делается длиной от

L = 3,5..4 d. При такой длине насадка в начале его (непосредственно за входом струи) образуется сжатое сечение, а в конце насадка жидкость вытекает полным сечением, т.е. коэффициент сжатия отнесенный к выходному сечению насадка, равен 1:

ε = 1.

Тогда, так как

μ = ε φ, то **μ =** φ.

Очевидно, что коэффициент расхода для через насадок

μ = φ,

всегда больше коэффициента для отверстия в тонкой стенке определяемого **μ = ε** φ.

Эксперименты подтверждают это. Коэффициент расхода для внешнего цилиндрического насадка будет

μ = 0,82,

а для такого же отверстия в тонкой стенке

μ = 0,62.

Это доказывает, что насадок увеличивает расход в данном случае в

1,32 раза.

Инжектор (передает кинетическую энергию рабочего-вспомогательного газа-пара жидкости перекачиваемой жидкости) имеет рабочее жидкостью – пар.

С физической стороны увеличение расхода в насадке объясняется наличием вакуума в сжатом сечении, который действует на истечение как насос. Наличие этого вакуума доказывается просто подсоединением вакуумметра. В вакуумметре жидкость поднимается на высоту

$h = 0{,}75H_0$

у незатопленного насадка, а для затопленного

$h = 0{,}75\ H_0 - h_п$.

Где **$h_п$** - превышение нижнего уровня над центром насадка.

Внешние цилиндрические насадки широко применяются в гидротехнической практике. Такие ГТС, как водоспускные сооружения в плотинах, трубы с насыпями проектируются по типу цилиндрических насадков.

Внутренний цилиндрический насадок. Этот насадок по своей работе. По своей работе и физической сущности истечения через него похож на внешний цилиндрический. Отличается от него, худшими условиями входа – большим сопротивлением. Поэтому **μ = 0,71**.

Конический сходящийся насадок. Этот насадок имеет форму усеченного конуса, сужающегося к выходному сечению. Так как отжим струи меньше, чем у цилиндрического, то и коэффициент расхода у этого насадка будет больше, коэффициент будет меняться в зависимости от угла конусности, так при угле конусности **β = 30°** коэффициент расхода **μ = 0,98,** а при **β = 13°** коэффициент расхода **μ = 0,95**. Конические сходящиеся насадки дают сплошную струю с большими скоростями. Поэтому они нашли большое применение в соплах турбин, гидромониторах (аппарат для создания струй и управления их полетом: например для смыва горных пород при строительстве), пожарных брандспойтах.

Конический расходящийся насадок. Усеченный конус основание, которого является выходным сечением насадка. Особенность этих насадков в том, что они дают значительную потерю напора, и соответственно маленькую выходную скорость. **μ = φ = 0, 5,** при **ξ = 3.** Во избежание отрыва струи от стенок насадка, угол конусности у него не рекомендуют делать больше

β = 10 … 13 °. В гидротехнике такие насадки используют тогда, когда необходимы небольшие скорости – трубы-водовыпуски, отводящие от турбин трубы.

Коноидальный насадок. Т. к. внутренняя поверхность этого насадка близка к форме вытекающей струи, то гидравлические сопротивления в нем минимальны **μ = 0, 97 … 0,98**. Поэтому входы в отверстия ГТС часто устраивают в форме коноидального насадка.

8.7. Гидравлические струи.

Свободной струей жидкости называется поток, не ограниченный твердыми стенками.

Различают следующие виды струй.

1. Затопленные и незатопленные струи.

Затопленной свободной струей жидкости называется струя, окруженная жидкостью. Примером такой струй является водяная струя, выпускаемая в воду, например для взмучивания отложившихся наносов.

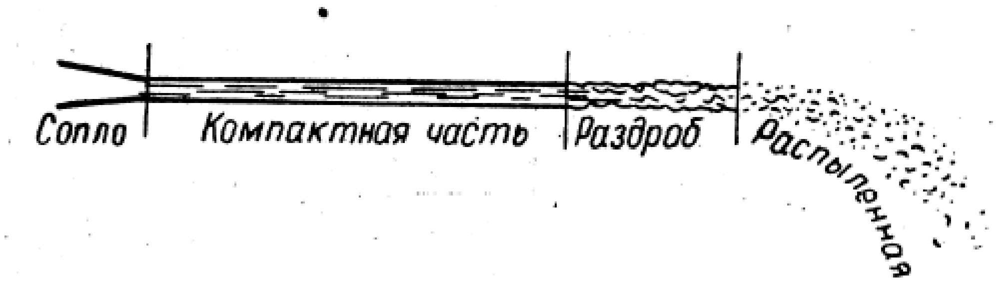
Незатопленной свободной струей жидкости называется струя, окруженная газом, воздушной средой. Это водяные струи пожарные, фонтанные, дождевальные.

2. Свободные струи могут быть ламинарными и турбулентными, чаще турбулентные.

3. По форме различают осесиммеричные или плоские струи.

4. Есть понятие пристенной струи, когда струя имеет одну стенку.

Исследования показали, что в гидравлических струях вытекающих в атмосферу различают следующие составные части:



1. Компактную часть. Здесь сохраняется сплошность потока с цилиндрической (или близкой к ней) формой сечения.

2. Раздробленную часть. В этой части струи нарушается сплошность потока. Струя разбрасывается на крупные части и расширяется.

3. Распыленную часть. Эта часть струи состоит из отдельных рассеивающихся капель.

Вопросы к лекционному материалу.

1. Схема истечения через отверстие в тонкой стенке (сжатое сечение, скорость истечения, затопленное отверстие).
2. Классификация отверстий.
3. Виды сжатия истекающей струи.
4. Понятие инверсии.
5. Коэффициенты описывающие процесс истечения.
6. Измерительные диафрагмы.
7. Типы насадков.
8. Особенности процесса истечения через насадки.
9. Свободные струи.

Лекция 9.

9.1. Классификация трубопроводов.
9.2. Основные формулы для расчета трубопроводов.
9.3. Основные задачи при проектировании трубопроводов.
9.4. Экономически наивыгоднейший диаметр.
9.5. Особенности расчета трубопровода для газа.

9.1. Классификация трубопроводов.

В современной технике применяются трубопроводы для перемещения разнообразных жидкостей, изготовляемые из различных материалов

В зависимости от геометрической конфигурации и способов гидравлического расчета различают простые и сложные трубопроводы.

Простым трубопроводом называется трубопровод, состоящий из одной линии труб с постоянным расходом и передающий жидкость из резервуара в атмосферу или в другой резервуар (диаметр труб по длине может быть разным).

Сложные трубопроводы состоят из системы (сети) труб. Сложный трубопровод, состоящий из основной магистрали и ряда отходящих от нее ответвлений. Сложные трубопроводы подразделяются на следующие основные виды.

1. Параллельные, когда к основной магистрали **М** параллельно подключены одна или несколько труб.
2. Разветвленные, в которых жидкость из магистрали М , подается в боковые ответвления, обратно в магистраль жидкость не поступает.
3. Кольцевые, представляющие собой замкнутую сеть, питаемую из основной магистрали М.

В сложных трубопроводах различают **транзитный расход** (передаваемый по магистрали) и **путевой, иногда его называют попутный**, (отбираемый из магистрали в ряде промежуточных точек по пути движения жидкости).

Расход называется **сосредоточенным**, если точки отбора находятся на значительном удалении одна от другой.

Расход называют **непрерывным**, если точки расположены очень близко друг к другу.

Различают трубопроводы напорные (полностью заполненные жидкостью) и безнапорные (работающие с неполным сечением, есть наличие свободной поверхности).

9.2. Основные формулы для расчета трубопроводов.

Для расчета трубопроводов исходным является уравнение Бернулли,

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1\frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \alpha_2\frac{v_2^2}{2g} + \Sigma h_{1-2},$$

из которого следует, что разность значений напора H_1 в сечении 1-1 и H_2 в сечении 2-2 затрачивается на преодоление гидравлических сопротивлений при движении жидкости между этими сечениями.

$\Delta H = H_1 - H_2 = \Sigma h_{1-2}$ где

$\Sigma h_{1-2} = h_{дл} + \Sigma h_{м.с.}$

Потери напора по длине определяют по формуле Дарси-Вейсбаха

$$h_{дл} = \lambda\,\frac{l}{d}\,\frac{v^2}{2g}$$

Значение коэффициента λ определяют по формулам:

- для ламинарного режима $\lambda = \frac{64}{Re}$

- для турбулентного режима (формула Блазиуса)

$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}$

Каждое местное сопротивление между двумя сечениями трубопровода определяется формулой

$h_{м.п.} = \xi \frac{v^2}{2g}$.

Затем все местные потери напора суммируются и складываются с потерями по длине, так определяются общие потери напора в трубопроводе между двумя сечениями.

Рассмотрим простой трубопровод, состоящий из труб одного диаметра, жидкость в трубопроводе вытекает из открытого резервуара в атмосферу. Движение в трубопроводе установившееся, поэтому уровень жидкости в резервуаре практически не меняется. Поэтому скорость в 1-м сечении можно, считать $\upsilon_1 = 0$. Давление в первом и во втором сечениях равны так, как жидкость вытекает в атмосферу

$p_1 = p_2 = p_a$,

Известно, что

$Z_1 - Z_2 = H$.

Коэффициент неравномерности скоростей очень мал и поэтому принимается $\alpha_2 = 1$

тогда Уравнение Бернулли примет вид

$$H = \frac{v_2^2}{2g} + \Sigma h_{1-2}$$

$$H = \frac{v_2^2}{2g} \left(1 + \lambda \frac{l}{d} + \Sigma \xi\right)$$

9.3. Основные задачи при проектировании трубопроводов.

Гидравлический расчет простого трубопровода обычно сводится к решению

оной из трех основных задач.

1. Требуется определить напор H, необходимый для пропуска заданного расхода жидкости **Q**, по заданному трубопроводу длиной **L** и диаметром **d**.

Задача решается использованием формулы

$$H = \frac{v_2^2}{2g} \left(1 + \lambda \frac{l}{d} + \Sigma \xi\right)$$

С предварительным определением средней скорости

$$\upsilon = \frac{4Q}{\pi d^2}$$

Тогда искомый напор будет

$$H = \frac{8Q^2}{g\pi^2 d^4} \left(1 + \lambda \frac{l}{d} + \Sigma \xi\right)$$

Определение значений коэффициентов **λ** и **ξ** в данной задаче не вызывает трудностей, т.к. число Рейнольдса известно заранее.

2. Требуется определить пропускную способность (расход) трубопровода **Q**, при условии, что известны напор **H**, длина трубопровода **L** и ее диаметр **d.**

Задача решается исходя из предыдущей формулы

$$Q = \frac{\pi d^2}{4}\sqrt[2]{\frac{2\,g\,H}{(1 + \lambda\frac{l}{d} + \Sigma\,\xi)}}$$

Так как коэффициенты **λ** и **ξ** являются функциями числа Рейнольдса, которое связано с неизвестным здесь расходом **Q**, то решение находим методом попыток, предполагая существование квадратичного закона, при котором коэффициенты **λ** и **ξ** не зависят от числа Рейнольдса.

Когда потери напора определяют по пропорции с квадратом средней скорости.

3. Требуется определить диаметр трубопровода d при заданных расходах Q, длине трубопровода L и напоре H. Здесь используем формулу

$$Q = \frac{\pi d^2}{4}\sqrt[2]{\frac{2\,g\,H}{(1 + \lambda\frac{l}{d} + \Sigma\,\xi)}}$$

но встречаемся с затруднениями в вычислениях, так как не только неизвестно число Рейнольдса, но по отношению к искомому диаметру d получаем уравнение высших степеней.

В связи с этим решаем задачу методом попыток, полагая в первом приближении наличие квадратичного закона сопротивления, при котором коэффициент **λ** является функцией только диаметра (при заданной шероховатости стенок трубы), то уравнение приводят к виду

$$Q = \frac{\pi d^2}{4}\sqrt[2]{\frac{2\,g\,H}{(1 + f_1(d)\frac{l}{d} + \Sigma\,\xi)}}$$

Задаваясь рядом значений диаметра d_1, d_2, d_3 и т.д. Вычисляя по последней формуле, соотвественно ряд значений расхода строим график **Q = f (d)**, из которого определяем диаметр, отвечающий заданному расходу.

Эта задача допускает множество решений, т.к. при прочих условиях диаметр одновременно определяет и потери напора: чем меньше диаметр, тем больше потери и наоборот. Поэтому при решении исходят из требований оптимальности и технической целесообразности.

9.4. Экономически наивыгоднейший диаметр.

Задача, по определению диаметра трубопровода d при заданных расходах Q, длине трубопровода L и напоре H, допускает множество решений. Т.к. при прочих условиях диаметр одновременно определяет еще и потери напора: чем меньше диаметр, тем больше потери и наоборот. Поэтому при решении исходят из требований оптимальности и технической целесообразности.

При меньших диаметрах - требуются меньшие капитальные затраты на сооружение трубопровода, чем при больших диаметрах. Стоимость труб, объем земляных работ, работ по укладке труб. Но уменьшение диаметра это увеличение потерь и соответственно увеличение мощности насосов и двигателей. Экономически наивыгоднейший диаметр должен соответствовать наименьшей полной стоимости трубопровода и от расходов на сооружение насосных станций и эксплуатационных расходов. По формуле В.С. Яблонского

$$d_{э.н.} = 1{,}12\sqrt[2]{Q}$$

При расчетах трубопроводов принимают, что наивыгоднейший диаметр обычно соответствует скорости течения 1 м\с.

9.5. Особенности расчета трубопровода для газа.

В промышленности и коммунальном хозяйстве широко применяется перекачка по трубам разнообразных газообразных жидкостей – газов, воздуха и перегретого пара. Транспортировка этих газообразных жидкостей по трубопроводам по сравнению с движением капельных жидкостей характеризуется рядом отличий и особенностей, обусловленных различиями физических свойств капельных и газообразных жидкостей.

При движении газа по трубопроводу постоянного поперечного сечения, из-за потерь напора, давление газа (которое обычно выше атмосферного в начальном сечении) непрерывно снижается. В следствии этого,

происходит расширение газа, которое гораздо существеннее, по сравнению с капельными жидкостями.

В случае установившегося движения весовое количество газа, проходящего через любое поперечное сечение трубопровода в единицу времени, из-за неразрывности движения остается постоянным. Вместе с тем объемный расход газа

$$\mathbf{Q} = \frac{G}{\gamma}$$

будет увеличиваться, а, следовательно, возрастать по длине трубопровода и величина средней скорости течения газа

$$\mathbf{u} = \frac{Q}{\omega}.$$

Исходным уравнением для определения падения давления и расхода газа в газопроводе является УБ, которое необходимо записывать в дифференциальной форме (для учета особенностей движения газа - изменения удельного веса газа и средней скорости его течения по длине газопровода).

Коэффициент **λ** в формулах определяется по обычным формулам гидравлики, или по формулам Альтшуля, Кольбрука и Уайта. При практических расчетах в основном применяют специальные газопроводные формулы, полученные в результате обработки опытов по перекачке газов.

Вопросы к лекционному материалу.

1. Классификация трубопроводов.
2. Основные формулы для расчета трубопроводов.
3. Основные задачи при проектировании трубопроводов.
4. Экономически наивыгоднейший диаметр.
5. Расчетная скорость при экономически наивыгоднейшем диаметре.
6. Особенности расчета трубопровода для газа.