



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Прикладная геодезия»

Методические указания
к выполнению лабораторных работ для
обучающихся специальности 21.05.01
«Прикладная геодезия» и по направлению
подготовки 21.03.03 «Геодезия и
дистанционное зондирование»

«Обработка и уравнивание полигонометрических ходов и сетей»

Авторы
Губеладзе А.Р.,
Яговкина Е.Н.

Ростов-на-Дону, 2018

Аннотация

Геодезия. Обработка и уравнивание полигонометрических ходов и сетей: методические указания к выполнению лабораторных работ для обучающихся специальности 21.05.01 «Прикладная геодезия» и по направлению подготовки 21.03.03 «Геодезия и дистанционное зондирование».

В методических указаниях изложены вопросы, связанные с теорией параметрического и коррелятного способов уравнивания, основанных на принципе наименьших квадратов. Приведена оценка точности линейно-угловых построений. Рассмотрены способы уравнивания и оценки точности различных ходов и сетей полигонометрии.

Разработаны варианты индивидуальных заданий для студентов.

Авторы

к.т.н., доцент кафедры
«Прикладная геодезия»
Губеладзе А.Р.

ассистент кафедры
«Прикладная геодезия»
Яговкина Е.Н.





Оглавление

1. ЛИНЕЙНО-УГЛОВЫЕ ПОСТРОЕНИЯ	4
1.1. Способ прямой угловой засечки.....	4
1.2. Способ линейной засечки	6
1.3. Способ обратной угловой засечки.....	8
1.4. Способ полярной засечки	12
1.4. Задача Ганзена	14
2. УРАВНИВАНИЕ ПОЛИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ХОДОВ И СЕТЕЙ.....	16
2.1. Постановка задачи уравнивания.....	16
2.2. Предварительный анализ результатов полевых измерений.....	17
2.3. Уравнивание полигонометрического хода параметрическим способом.....	21
2.4. Уравнивание полигонометрического хода коррелятным способом	24
2.5. Оценка точности уравненных элементов в коррелятном способе уравнивания	28
2.6. Коррелятный способ уравнивания полигонометрической сети.....	30
Литература.....	33
ПРИЛОЖЕНИЕ А Пример решение задачи Потенота	34

1. ЛИНЕЙНО-УГЛОВЫЕ ПОСТРОЕНИЯ

1.1. Способ прямой угловой засечки

Для решения данной задачи рассмотрим треугольник APB (рис. 1).

Исходные данные: координаты $X_A, Y_A; X_B, Y_B$ точек A и B .

Измеряемые величины: углы β_1 и β_2 .

Определяемые параметры: координаты X_P, Y_P точки P .

По координатам точек A и B определяем дирекционный угол α_{AB} и длину b линии AB

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} = \frac{\Delta y}{\Delta x}; \quad d = \frac{\Delta x}{\operatorname{Cos} \alpha}; \quad d = \frac{\Delta y}{\operatorname{Sin} \alpha} \quad (1.1)$$

или

$$d = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2}.$$

Согласно теореме синусов

$$\frac{b}{\operatorname{Sin}(\beta_1 + \beta_2)} = \frac{S}{\operatorname{Sin} \beta_1} = \frac{S_1}{\operatorname{Sin} \beta_2} \quad (1.2)$$

вычислим длины сторон S и S_1 . Определив дирекционные углы α_{AP} и α_{BP} по формулам

$$\begin{aligned} \alpha_{AP} &= \alpha_{AB} + 360^\circ - \beta_1; \\ \alpha_{BP} &= \alpha_{BA} - 360^\circ + \beta_2, \end{aligned} \quad (1.3)$$

прямую геодезическую задачу, найдем координаты точки P .

$$X_P = X_A + S_1 \cdot \operatorname{Cos} \alpha_{AP}; \quad Y_P = Y_A + S_1 \cdot \operatorname{Sin} \alpha_{AP}. \quad (1.4)$$

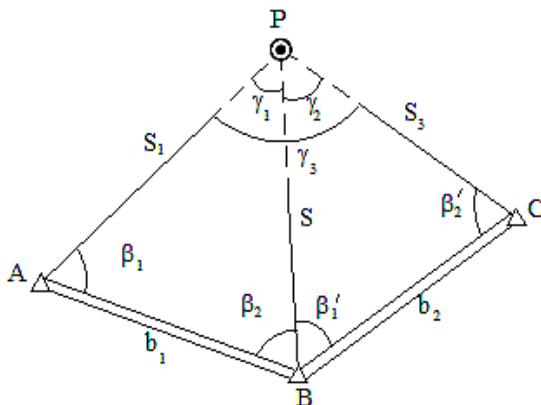


Рис. 1. Прямая угловая засечка

Контроль получения координат определяемой точки P осуществляется с помощью решения треугольника BPC .

Для вычисления координат X_P и Y_P можно использовать формулы Юнга

$$X_P = \frac{X_A \operatorname{ctg} \beta_2 + X_B \operatorname{ctg} \beta_1 + (Y_B - Y_A)}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2};$$

$$Y_P = \frac{Y_A \operatorname{ctg} \beta_2 + Y_B \operatorname{ctg} \beta_1 - (X_B - X_A)}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2}.$$

(1.5)

Средняя квадратическая ошибка положения точки P относительно исходных пунктов определяется согласно формуле

$$M_P = \frac{m_{\beta} b_1}{\rho \sin^2(\beta_1 + \beta_2)} \sqrt{\sin^2 \beta_1 + \sin^2 \beta_2}$$

(1.6)

или

$$M_P = \frac{m_{\beta}}{\rho \sin(\beta_1 + \beta_2)} \sqrt{S^2 + S_1^2}.$$

(1.7)

1.2. Способ линейной засечки

Измеряют расстояние от точки P до ближайших исходных пунктов A и B (рис. 2), расстояние между которыми известно или может быть определено по координатам этих пунктов.

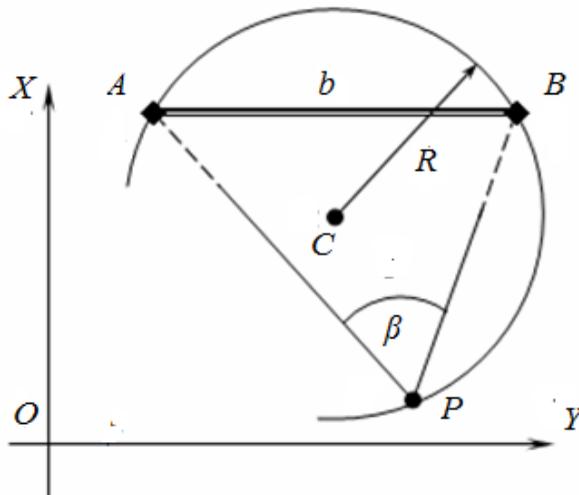


Рис. 2. Схема линейной засечки

Решая треугольник ABP , в котором известны три его стороны S_1 , S_2 и S_3 , можно определить все три его угла согласно теореме косинусов

$$S_1^2 = S_2^2 + S_3^2 - 2S_2 \cdot S_3 \cos \beta$$

откуда

$$\cos \beta = \frac{S_2^2 + S_3^2 - S_1^2}{2S_2 S_3} \quad (1.8)$$

Сумма трех вычисленных углов должна равняться 180° , что служит контролем правильности их вычисления. По известным углам и сторонам в треугольнике ABP , применяя формулы Юнга (1.5), вычисляют координаты X_P и Y_P .

Для контроля вычисления координат точки P линейную за-

сечку выполняют построением не одного, а двух треугольников. При этом должен быть использован третий исходный пункт, до которого может быть измерено расстояние от точки P . Ошибка положения точки P из однократной линейной засечки определяют по формуле

$$M_{P_1} = \frac{m_S}{S \cdot \sin \gamma} \sqrt{S_1^2 + S_2^2}, \quad (1.9)$$

где $\frac{m_S}{S}$ – относительная погрешность измерения линий;
 γ – угол засечки при определяемой точке.

Порядок определения положения точки P представлен в табл.1

Таблица 1

Решение линейной засечки

№ п/п	Обозначения (точка P справа от линии AB)	Вычисления
5	b (м)	1499,78
8	S_1 (м)	1000,00
9	S_2 (м) (справа)	1200,00
10	b^2	2249340
11	S_1^2	1000000
12	S_2^2	1440000
13	$b^2 + S_1^2 - S_2^2$	1809340
14	$2 \cdot b \cdot S_1$	2999560
15	$\cos \beta_1 = (13)/(14)$	+ 0,603202
6	α_{AB}	304° 07' 08''
19	$\beta_1 = \arccos(15)$	52° 54' 02''
21	$\alpha_{AP} = (6) + (19)$	357° 01' 10''

Окончание таблицы 1

№ п/п	Обозначения (точка P справа от линии AB)	Вычисления
1	X_A (м)	6643000,00
23	$S_1 \cdot \cos \alpha_{A2}$	+ 998,65
27	$X_2 = (1) + (23)$ (м)	6642998,65
28	$Y_2 = (2) + (24)$ (м)	7374948,00
24	$S_1 \cdot \sin \alpha_{A2}$ (м)	- 52,00
2	Y_A (м)	7375000,00
16	$b^2 + S_2^2 - S_1^2$	2689340
17	$2 \cdot b \cdot S_2$	3599472
18	$\cos \beta_2 = (16)/(17)$	+ 0,747148
7	$a_{BA} = a_{AB} \pm 180^0$	124° 07' 08"
20	$\beta_2 = \arccos (18)$	41° 39' 22"
22	$a_{BP} = (7) - (20)$	82° 27' 46"
3	X_B (м)	6642841,24
25	$S_2 \cdot \cos \alpha_{B2}$	+ 157,40
29	$X = (3) + (25)$	6642998,64
30	$Y = (4) + (26)$	7374948,00
26	$S_2 \cdot \cos \alpha_{B2}$	+ 1189,63
4	Y_B (м)	7373758, 37
31	γ	85° 26' 36"
32	M_P (м)	0, 16

1.3. Способ обратной угловой засечки

Обратной угловой засечкой является задача определения положения точки P путем измерения углов на ней. При определении точки обратной засечкой с определяемой точки должно быть измерено не менее четырех направлений на исходные пункты (рис. 3).

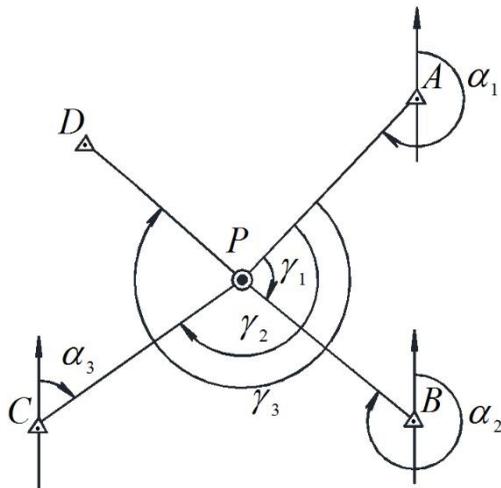


Рис. 3. Обратная угловая засечка

Для вычисления дирекционного угла исходного направления можно использовать формулу Деламбера:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{(Y_2 - Y_1) \operatorname{ctg} \gamma_1 + (Y_1 - Y_3) \operatorname{ctg} \gamma_2 + X_3 - X_2}{(X_2 - X_1) \operatorname{ctg} \gamma_1 + (X_1 - X_3) \operatorname{ctg} \gamma_2 + Y_2 - Y_3}; \quad (1.10)$$

Дирекционные углы направлений BP , CP , DP вычисляются согласно формулам:

$$\alpha_2 = \alpha_1 + \gamma; \quad \alpha_3 = \alpha_1 + \gamma_2; \quad \alpha_3 = \alpha_1 + \gamma_3.$$

Координаты определяемой точки P по формулам Гаусса:

$$X_P = \frac{X_A \operatorname{tg} \alpha_{AP} - X_B \operatorname{tg} \alpha_{BP} + (Y_B - Y_A)}{\operatorname{tg} \alpha_{AP} - \operatorname{tg} \alpha_{BP}}; \quad (1.11)$$

$$Y_P = Y_A + (X_P - X_A) \operatorname{tg} \alpha_{AP} = Y_B + (X_P - X_B) \operatorname{tg} \alpha_{BP}. \quad (1.12)$$

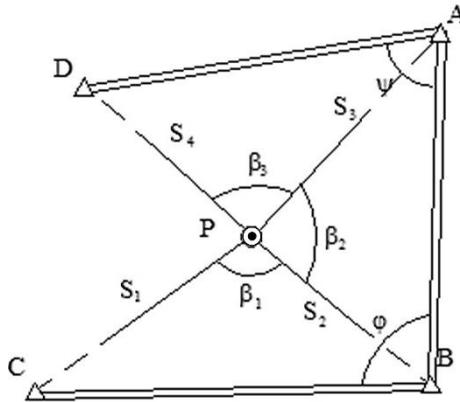


Рис. 4. Схема определения координат точки P по трем исходным пунктам и двум измеренным углам

Таблица 2

Решение обратной геодезической задачи
(1-й вариант)

№ п/п	Обозначения	Вычисления
3	X_B (м)	6642841,24
1	X_A (м)	6642000,00
5	$X_B - X_A$ (м)	+ 841,24
13	$b = (5)/(11)$ (м)	1499,78
11	$\cos a$	+ 0,560910
7	$\operatorname{tg} r$	1,475952
8	r (десятичная форма)	55,881229
8'	r (IV четверть)	55° 52' 52''
9	$a = 360^\circ - r$	304° 07' 08''
10	$\sin a$	- 0,827877
12	$b = (6)/(10)$	1499,78
4	Y_B (м)	7373758,37
2	Y_A (м)	7375000,00
6	$Y_B - Y_A$ (м)	- 1241,63
14	$(X_B - X_A)^2$	707 684,70
15	$(Y_B - Y_A)^2$	1541645,00
16	$b^2 = (14) + (15)$	2249329,70
17	$b = \sqrt{(16)}$ (м)	1499,78

Координаты определяемой точки P по трем исходным пунктам A, B, C и измеренным углам β_1 и β_2 (рис. 4) вычисляют по формулам И. Ю. Пранис-Праневича. Для контроля измеряют третий угол β_3 .

Используемые формулы:

$$tg\Theta = \frac{(Y_2 - Y_1)ctg\beta_1 - (Y_3 - Y_2)ctg\beta_2 + (X_1 - X_3)}{(X_2 - X_1)ctg\beta_1 - (X_3 - X_2)ctg\beta_2 - (Y_1 - Y_3)}; \quad (1.13)$$

$$N_1 = (Y_2 - Y_1)(ctg\beta_1 - tg\Theta) - (X_2 - X_1)(1 + ctg\beta_1 tg\Theta); \quad (1.14)$$

$$N_2 = (Y_3 - Y_2)(ctg\beta_2 + tg\Theta) + (X_3 - X_2)(1 - ctg\beta_2 tg\Theta). \quad (1.15)$$

В дальнейшем используют среднее значение $N = 0,5(N_1 + N_2)$.

$$\Delta X_2 = \frac{1}{(1 + tg^2\Theta)}; \quad X_P = X_B + \Delta X_2. \quad (1.16)$$

$$\Delta Y_2 = \Delta X_2 \cdot tg\Theta; \quad Y_P = Y_B + \Delta Y_2. \quad (1.17)$$

Средняя квадратическая ошибка определения положения точки P определяют по формулам:

$$M_{P_1} = \frac{S_2 \cdot m_\beta}{\rho \cdot \sin(\varphi + \beta_1 + \beta_2)} \sqrt{\left(\frac{S_1}{AB}\right)^2 + \left(\frac{S_3}{BC}\right)^2}; \quad (1.18)$$

и

$$M_{P_2} = \frac{S_3 \cdot m_\beta}{\rho \cdot \sin(\psi + \beta_2 + \beta_3)} \sqrt{\left(\frac{S_2}{BC}\right)^2 + \left(\frac{S_4}{CD}\right)^2}, \quad (1.19)$$

где φ и ψ – углы между исходными сторонами;

S_1, S_2, S_3, S_4 , – расстояния между определяемой точкой и исходными пунктами;

AB, BC, CD – расстояния между исходными пунктами.

Общую погрешность положения точки P находят по формуле

$$M_P = \frac{M_{P_1} \cdot M_{P_2}}{\sqrt{M_{P_1}^2 + M_{P_2}^2}}. \quad (1.20)$$

Порядок вычислений координат точки P двумя способами представлен в табл. 2 и 3.

Таблица 3

Решение обратной геодезической задачи
(2-й вариант)

№ п/п	Обозначения	Вычисления
3	X_B (м)	6642841,24
1	X_A (м)	6642000,00
5	$X_B - X_A$ (м)	+ 841,24
11	$\cos a' = (5)/(10)$	+ 0,560909
12	a' (десятичная форма)	55,881316
12'	a'	55° 52' 53"
13	$a = 360^0 - a'$	304° 07' 07"
4	Y_B (м)	7373758,37
2	Y_A (м)	7375000,00
6	$Y_B - Y_A$ (м)	- 1241,63
7	$(X_B - X_A)^2$	707684,70
8	$(Y_B - Y_A)^2$	1541645,00
9	$b^2 = (14) + (15)$	2249329,70
10	$b = \sqrt{(16)}$	1499,78

1.4. Способ полярной засечки

При использовании полярной засечки исходными данными являются координаты $X_A, Y_A; X_B, Y_B$ твердых пунктов A и B . Изменяемыми параметрами являются горизонтальный угол β и расстояние S . Определяются координаты X_P, Y_P точки P (рис. 5).

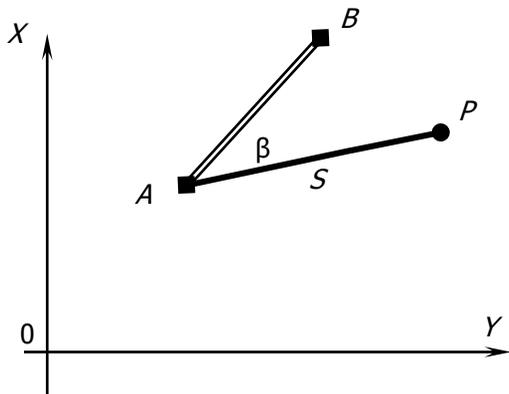


Рис. 5. Схема полярной засечки

Исходные данные: координаты $X_A, Y_A; X_B, Y_B$.

Измеряемые величины: горизонтальный угол β , расстояние S .

Определяемые параметры: координаты X_P, Y_P .

Решая обратную геодезическую задачу, определяем дирекционный угол α_{AB} исходного направления AB . Дирекционный угол α_{AP} направления AP вычисляется согласно

$$\alpha_{AP} = \alpha_{AB} + \beta.$$

Для вычисления приращений координат воспользуемся следующими формулами:

$$\Delta X = S \cdot \cos \alpha_{AP};$$

$$\Delta Y = S \cdot \sin \alpha_{AP}.$$

По координатам исходной точки A основы и полученным значениям приращений вычисляем координаты точки P .

$$X_P = X_A + \Delta X;$$

$$Y_P = Y_A + \Delta Y;$$

Средняя квадратическая ошибка положения точки P опре-

деляется по формуле:

$$M_P^2 = m_S^2 + S^2 \cdot \frac{m_\beta^2}{\rho^2}, \quad (1.21)$$

где $\rho=206265''$.

Порядок определения положения точки P представлен в табл. 4.

Таблица 4

Решение полярной засечки

№ п/п	Обозначения	Вычисления
3	α_{AB}	304° 07' 08''
4	β	34° 12' 30''
6	α_{AP}	338° 19' 38''
6'	α_{AP} (десятичная форма)	338,327222
7	$\sin \alpha_{AP}$	- 0,369305
8	$\cos \alpha_{AP}$	+ 0,929308
5	S (м)	1000,00
1	X_A (м)	6642000,00
9	$\Delta X = S \cdot \cos \alpha_{AP}$	+ 929,31
11	X_P (м)	6642929,31
12	Y_P (м)	7374630,70
10	$\Delta Y = S \cdot \sin \alpha_{AP}$	- 369,30
2	Y_A (м)	7375000,00
13	M_P (м)	0,17

1.4. Задача Ганзена

Задача по определению координат двух точек C и D по двум исходным пунктам A и B возникает обычно при привязке полигонометрических ходов на застроенной территории, когда исходные пункты закреплены стенными знаками.

Для решения задачи измеряют углы β , γ и δ (рис. 5). Выбор мест определяемых точек следует производить так, чтобы в треугольниках, образованных наблюдаемыми направлениями и исходной стороной AB , не было слишком острых углов (менее 30°). Длина линии CD должна составлять не менее 0,5 AB .

Один из многочисленных вариантов решения задачи предусматривает использование следующих рабочих формул:

$$ctg \varepsilon = \frac{\sin \beta \cdot \sin \gamma \cdot \sin(\alpha + \beta + \delta)}{\sin \alpha \cdot \sin \delta \cdot \sin(\beta + \delta + \gamma) \cdot \sin(\beta + \delta)} + ctg(\beta + \delta) \quad ; \quad (1.22)$$

$$ctg \psi = \frac{\sin \alpha \cdot \sin \delta \cdot \sin(\beta + \delta + \gamma)}{\sin \beta \cdot \sin \gamma \cdot \sin(\alpha + \beta + \delta) \cdot \sin(\beta + \delta)} + ctg(\beta + \delta) \quad . \quad (1.23)$$

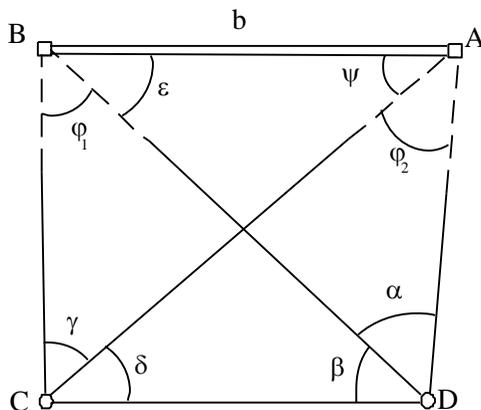


Рис. 5. Схема задачи Ганзена

Контроль: $\varepsilon + \psi = \beta + \delta$. Расхождения в суммах не должны превышать $0,1'$. По измеренным углам вычисляют углы

$$\varphi_1 = 180^0 - (\beta + \delta + \gamma);$$

$$\varphi_2 = 180^0 - (\alpha + \beta + \delta).$$

С учетом значений ε и ψ , решают прямые геодезические засечки по формулам Юнга (1.4). Контролем правильности вычислений является решение по формулам Гаусса (1.10)-(1.11).

Точность определения положения точек C и D составит:

$$M_C = \frac{m_\gamma \cdot b}{\rho \cdot \sin^2 \gamma} \sqrt{\sin^2 \psi + \sin^2(\varepsilon + \varphi_1)} \quad ; \quad (1.24)$$

$$M_D = \frac{m_\alpha \cdot b}{\rho \cdot \sin^2 \alpha} \sqrt{\sin^2 \varepsilon + \sin^2(\psi + \varphi_2)} \quad . \quad (1.25)$$

2. УРАВНИВАНИЕ ПОЛИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ХОДОВ И СЕТЕЙ

2.1. Постановка задачи уравнивания

Определим число избыточных измерений в полигонометрическом ходе (рис. 6), опирающемся на исходные пункты T_H и T_K и исходные дирекционные углы α_H и α_K :

$$r = n - k, \quad (2.1)$$

где n – число всех измерений;
 k – число необходимых измерений (число неизвестных).

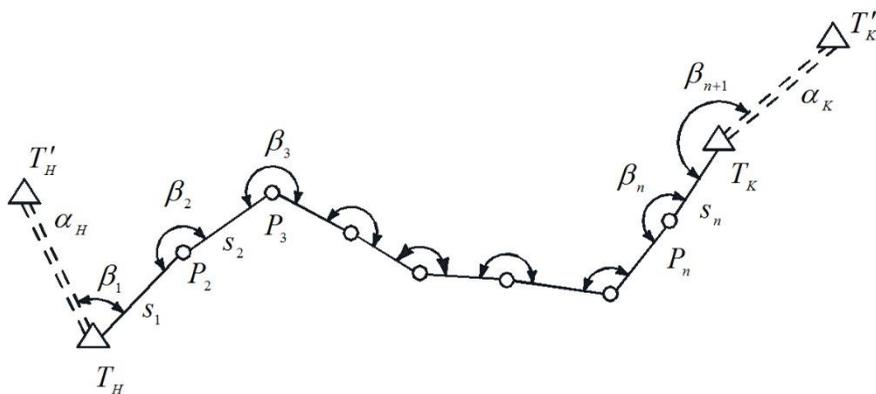


Рис. 6. Разомкнутый и одиночный полигонометрический ход

В разомкнутом полигонометрическом ходе измеряют n сторон и $n + 1$ углов. Тогда

$$r = 2n + 1 - 2(n - 1) = 3. \quad (2.2)$$

Способы уравнивания делятся на строгие, когда уравнивание производится согласно принципу наименьших квадратов, т.е.

$$[pvv] = \min,$$

и нестрогие или отдельные, когда поправки в измеренные углы и вычисленные приращения координат вводят отдельно, не смотря на их функциональную зависимость.

2.2. Предварительный анализ результатов полевых измерений

Камеральная обработка результатов измерений выполняется в два этапа:

- предварительная обработка;
- уравнивательные вычисления.

В горизонтальные проложения вводят поправки Δs_y для получения линий в проекции Гаусса

$$\Delta s_y = \frac{y_m^2}{2R_m^2} s' \quad (2.3)$$

где y_r – средняя ордината или среднее расстояние линии от осевого меридиана;

R_m – средний радиус шара, равный 6371,11 км;

s' – длина линии, приведенная к горизонту.

Поправка за приведение к уровню моря вычисляется согласно формуле

$$\Delta s_H = -\frac{H_m}{R_m} \cdot s', \quad (2.4)$$

где H_r – средняя высота линии над уровнем моря.

Значения y_r и H_r определяют графическим способом по карте района работ.

Поправку за кривизну Земли $\delta_{1,2}$ вычисляют согласно формуле

$$\delta_{1,2} = -\frac{\rho}{2R_m^2} \cdot (x_2 - x_1) \cdot y_m. \quad (2.5)$$

При обработке хода, вычисляя приращения координат, по-

лучают невязки f_x и f_y , а не продольную t и поперечную u невязки (рис. 7). Эти значения можно определить по невязкам f_x и f_y .

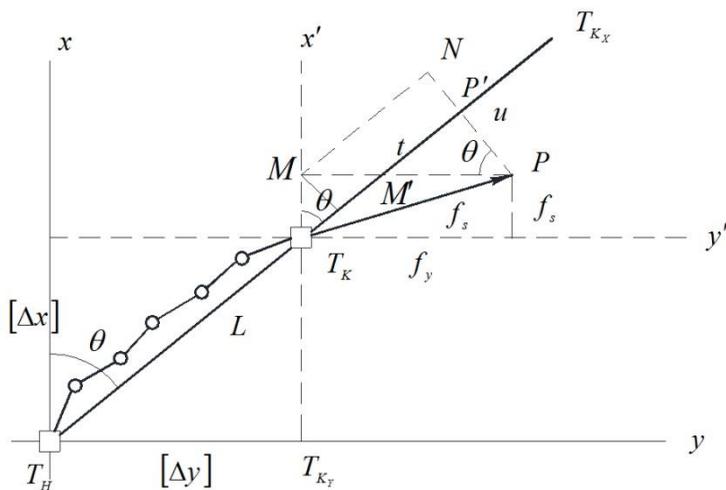


Рис. 7. Схема к определению продольной и поперечной невязки t и u

Значения поперечной и продольной невязок вычисляем по формулам

$$\begin{aligned} t &= f_x \cdot \cos \Theta + f_y \cdot \sin \Theta; \\ u &= f_y \cdot \cos \Theta - f_x \cdot \sin \Theta. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Определим угол поворота осей

$$\begin{aligned} \cos \Theta &= \frac{[\Delta x]}{L}; \\ \sin \Theta &= \frac{[\Delta y]}{L}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Величину замыкающей L найдем из выражения

$$L = \sqrt{[\Delta x]^2 + [\Delta y]^2}. \quad (2.8)$$

Относительные величины продольной и поперечной невязок составят

$$\frac{u}{L} = \frac{f_y[\Delta x] - f_x[\Delta y]}{[\Delta x]^2 + [\Delta y]^2}, \quad \frac{t}{L} = \frac{f_x[\Delta x] + f_y[\Delta y]}{[\Delta x]^2 + [\Delta y]^2}, \quad (2.9)$$

Предварительно производится оценка точности результатов измерений, и которая позволяет проверить правильность выполненных угловых и линейных измерений, а также соответствие точности произведенных работ.

Оценка точности измерения углов может выполняться:

- по отклонениям от арифметического среднего;
- по разностям двойных измерений;
- по значениям угловых невязок в полигонометрических хо-

дах.

Средняя квадратическая ошибка измерения угла

$$m_\beta = \sqrt{\frac{[vv]}{k-1}}, \quad (2.10)$$

где v – отклонения от арифметической середины;

k – количество измерений угла.

Средняя квадратическая ошибка среднего значения угла из числа k измерений составит

$$M_\beta = \frac{m_\beta}{\sqrt{k}}. \quad (2.11)$$

Средняя квадратическая ошибка измерения углов по невязкам в ходах вычисляется по формуле

$$M_{\beta} = \sqrt{\frac{\left[\frac{f_{\beta}^2}{n+1} \right]}{N}}. \quad (2.12)$$

Использование разностей двойных измерений позволяет определить в общем случае ошибку единицы веса μ , от которой можно перейти к оценке точности как результатов измерений, так и определяемых величин

$$\mu = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{[pdd]}{n}}, \quad (2.13)$$

где d_i – разности двойных измерений.

При наличии систематических ошибок в измерениях они исключаются из полученных результатов и тогда пользуются следующей формулой для нахождения ошибки единицы веса

$$\mu = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{[pd'd']}{n-1}}, \quad (2.14)$$

где d' – разности двойных измерений, в которых отсутствует систематическая составляющая d_0

$$d_0 = \frac{[d]}{n}, \quad (2.15)$$

где n – число разностей.

2.3. Уравнивание полигонометрического хода параметрическим способом

Согласно параметрическому способу уравнивания определяются необходимые независимые неизвестные. В полигонометрических ходах такими неизвестными являются координаты определяемых пунктов

$$\begin{aligned}x_i &= x_0 + \delta x_i; \\y_i &= y_0 + \delta y_i,\end{aligned}\tag{2.16}$$

где x_i, y_i – уравненные значения координат;
 x_0, y_0 – приближенные значения координат;
 $\delta x_i, \delta y_i$ – искомые поправки.

Поскольку в полигонометрическом ходе измеряются углы поворота и линии, то и параметрические уравнения поправок составляются для двух групп:

- для всех измеренных углов;
- для всех измеренных линий.

Угол β на любом пункте A (рис. 7) может быть представлен в виде разности дирекционных углов его сторон

$$\beta_A = \alpha_{AP} - \alpha_{AB}.\tag{2.17}$$

Используя дифференциальную формулу дирекционного угла

$$d\alpha = -\frac{(a)}{s} dx_A - \frac{(b)}{s} dy_A + \frac{(a)}{s} dx_B + \frac{(b)}{s} dy_B,\tag{2.18}$$

можно получить из уравнения (2.18) уравнение поправок для угла

$$\begin{aligned}
 v_{\beta k} = & - \left\{ \frac{(a)_{kj}}{s_{kj}} - \frac{(a)_{ki}}{s_{ki}} \right\} \delta x_k - \left\{ \frac{(b)_{kj}}{s_{kj}} - \frac{(b)_{ki}}{s_{ki}} \right\} \delta y_k + \\
 & + \frac{(a)_{kj}}{s_{kj}} \delta x_j + \frac{(b)_{kj}}{s_{kj}} \delta y_j - \frac{(a)_{ki}}{s_{ki}} \delta x_i - \frac{(b)_{ki}}{s_{ki}} \delta y_i + l_{\beta k},
 \end{aligned} \quad (2.19)$$

где $l_{\beta k}$ – свободный член, равный

$$l_{\beta k} = (\alpha_{0,AP} - \alpha_{0,AB}) - \beta'_A, \quad (2.20)$$

α – приближенные дирекционные углы направлений;
 β'_A – измеренное значение угла.

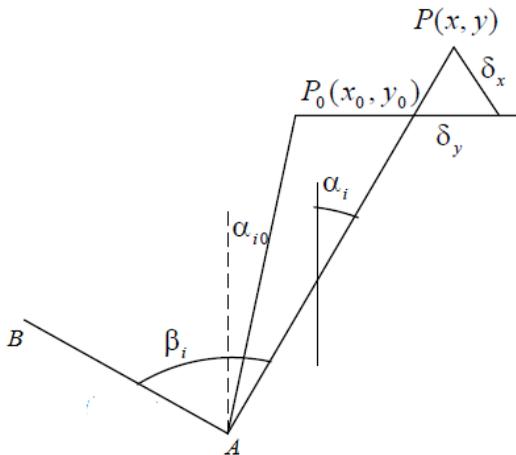


Рис.8. Схема измерения угла β на пункте A

Величины a и b определяются согласно формулам

$$\left. \begin{aligned}
 (a) &= -\rho \cdot \sin \alpha, \\
 (b) &= \rho \cdot \cos \alpha,
 \end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

Уравнение связи для линии s_{AB} (рис. 8) имеет вид

$$\operatorname{tg} \alpha_i = \frac{y - y_i}{x - x_i} = \frac{\Delta y}{\Delta x}. \quad (2.27)$$

Контрольные значение углов α_i должны совпадать с углами, вычисленными по формуле (2.26).

Оценка точности измерений состоит в подсчёте средней квадратической ошибки угла

$$m_\beta = \sqrt{\frac{[vv]}{n - k}}. \quad (2.28)$$

Оценка точности уравненных значений координат осуществляется по формулам

$$m_x = \frac{m_\beta}{\sqrt{p_x}}; \quad m_y = \frac{m_\beta}{\sqrt{p_y}}. \quad (2.29)$$

Веса p_i результатов измерений выражают в зависимости от вида полигонометрии.

2.4. Уравнивание полигонометрического хода коррелятным способом

Матричная форма записи уравнений поправок в коррелятном способе уравнивания имеет следующий вид

$$A_m \cdot V_{n1} + W_{r1} = 0, \quad (2.30)$$

здесь A_m – матрица коэффициентов уравнений поправок;

V_{n1} – вектор поправок размером;

W_{r1} – вектор невязок;

n – число измерений;

k – число определяемых неизвестных;

r – число избыточных измерений, равное количеству условий.

Условие минимума можно представить в виде

$$V_{n1}^T \cdot P_{nn} \cdot V_{n1} = \min . \quad (2.31)$$

Получим систему нормальных уравнений коррелат

$$N_{rr} \cdot K_{r1} + W_{r1} = 0, \quad (2.32)$$

здесь N_{rr} – матрица коэффициентов нормальных уравнений:

$$N_{rr} = A_{rn} \cdot Q_{nn} \cdot A_{rn}^T \quad (2.33)$$

Q_{nn} – матрица обратных весов;

K_{r1} – вектор коррелат.

Получим коррелатное уравнение поправок

$$V_{n1} = Q_{nn} \cdot A_{rn}^T \cdot K_{rn} . \quad (2.34)$$

Условие дирекционных углов имеет вид

$$[v_{\beta}] + f_{\beta} = 0 , \quad (2.35)$$

где f_{β} – угловая невязка хода;

v_{β} – поправки в измеренные значения углов.

Следующее условие выразится уравнениями координат:

$$\begin{aligned} [v_X] + f_X &= 0; \\ [v_Y] + f_Y &= 0. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Здесь f_X и f_Y – невязки по приращениям координат, определяемые согласно равенствам

$$\begin{aligned} f_X &= \sum \Delta X_{\text{выч}} - (X_{\text{кон}} - X_{\text{нач}}); \\ f_Y &= \sum \Delta Y_{\text{выч}} - (Y_{\text{кон}} - Y_{\text{нач}}). \end{aligned} \quad (2.37)$$

Поправки в приращения координат определяются следующим образом:

$$\begin{aligned}
 v_{\Delta X_i} &= \text{Cos } \alpha_i \cdot v_{S_i} - \Delta Y \cdot \frac{v_{\alpha_i}}{\rho}; \\
 v_{\Delta Y_i} &= \text{Sin } \alpha_i \cdot v_{S_i} + \Delta X \cdot \frac{v_{\alpha_i}}{\rho}.
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

Согласно (2.38) получим уравнения координат:

$$\begin{aligned}
 [\text{Cos } \alpha \cdot v_s] - \frac{1}{\rho} \cdot [\Delta Y \cdot v_\alpha] + f_x &= 0; \\
 [\text{Sin } \alpha \cdot v_s] + \frac{1}{\rho} \cdot [\Delta X \cdot v_\alpha] + f_y &= 0.
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

Представив равенства (2.39) относительно измеренных углов, получим

$$\begin{aligned}
 [\text{Cos } \alpha \cdot v_s] - \frac{1}{\rho} \cdot [(Y_{n+1} - Y) \cdot v_\beta] + f_x &= 0; \\
 [\text{Sin } \alpha \cdot v_s] + \frac{1}{\rho} \cdot [(X_{n+1} - X) \cdot v_\beta] + f_y &= 0.
 \end{aligned} \tag{2.40}$$

Тогда нормальные уравнения коррелат будут иметь вид:

$$\begin{aligned}
 [qaa] \cdot k_1 + [qab] \cdot k_2 + [qac] \cdot k_3 + f_\beta &= 0; \\
 [qab] \cdot k_1 + [qbb] \cdot k_2 + [qbc] \cdot k_3 + f_x &= 0; \\
 [qac] \cdot k_1 + [qbc] \cdot k_2 + [qcc] \cdot k_3 + f_y &= 0.
 \end{aligned} \tag{2.41}$$

Здесь q соответствует обратному весу измеренных величин

$$q = \frac{1}{p}$$

Представим нормальные уравнения коррелат в следующем виде

$$\begin{aligned}
 & q \cdot (n+1) \cdot k_1 - \frac{q_\beta}{\rho} [(Y_{n+1} - Y)] \cdot k_2 + \frac{q_\beta}{\beta\rho} \cdot [(X_{n+1} - X)] \cdot k_3 + f_\beta = 0; \\
 & -\frac{q_\beta}{\rho} \cdot [(Y_{n+1} - Y)] \cdot k_1 + \left\{ \frac{q_\beta}{\rho^2} [(Y_{n+1} - Y)^2] + [q_s \cdot \text{Cos}^2 \alpha] \right\} \cdot k_2 - \\
 & - \left\{ \frac{q_\beta}{\rho^2} \cdot [(Y_{n+1} - Y) \cdot (X_{n+1} - X)] + [q_s \cdot \text{Cos} \alpha \cdot \text{Sin} \alpha] \right\} \cdot k_3 + f_x = 0; \\
 & \frac{q_\beta}{\rho} \cdot [(X_{n+1} - X)] \cdot k_1 + \left\{ \frac{q_\beta}{\rho^2} [(Y_{n+1} - Y) \cdot (X_{n+1} - X)] + [q_s \cdot \text{Cos} \alpha \cdot \text{Sin} \alpha] \right\} \cdot k_2 + \\
 & + \left\{ \frac{q_\beta}{\rho^2} \cdot [(X_{n+1} - X)^2] + [q_s \cdot \text{Sin}^2 \alpha] \right\} \cdot k_3 + f_y = 0.
 \end{aligned}$$

После нахождения коррелаты k_1, k_2, k_3 вычисляют поправки в измеренные значения

$$v_{\beta_i} = q_\beta \cdot \left\{ k_1 - \frac{1}{\rho} \cdot (Y_{n+1} - Y_i) \cdot k_2 + \frac{1}{\rho} \cdot (X_{n+1} - X_i) \cdot k_3 \right\}; \quad (2.42)$$

$$v_{S_i} = q_{S_i} \cdot \{ \text{Cos} \alpha_i \cdot k_2 + \text{Sin} \alpha_i \cdot k_3 \}. \quad (2.43)$$

Поправки в дирекционные углы получают согласно поправкам в измеренные углы v_β .

Исправленные значения приращений координат определяются по окончательным значениям длин линий и дирекционным углам сторон хода. Заключительный контроль выполняют по исходным координатам

$$X_{\text{кон}} = X_{\text{нач}} + \sum \Delta X_{\text{ур}}; \quad Y_{\text{кон}} = Y_{\text{нач}} + \sum \Delta Y_{\text{ур}}. \quad (2.44)$$

2.5. Оценка точности уравненных элементов в коррелятном способе уравнивания

Для оценки точности в коррелятном способе уравнивания составляется функция U по уравненным значениям измеренных величин X_i

$$U = f(X_1, X_2, \dots, X_n). \quad (2.45)$$

Средняя квадратическая ошибка функции вычисляется согласно формуле

$$m_U = \mu \sqrt{\frac{1}{P_U}}, \quad (2.46)$$

где μ – ошибка единицы веса;
 P_U – вес функции уравненных величин.

Ошибка единицы веса при неравноточных измерениях в свою очередь определяется по формуле

$$\mu = \sqrt{\frac{[pvv]}{r}}, \quad (2.47)$$

а обратный вес функции находится из выражения

$$\frac{1}{P_F} = [qff \cdot r] = [qff] - \frac{[qaf]^2}{[qaa]} - \frac{[qbf \cdot 1]^2}{[qbb \cdot 1]} - \dots - \frac{[qgf(r-1)]^2}{[qgg(r-1)]}, \quad (2.48)$$

где a, b, \dots, g – коэффициенты при поправках в условных уравнениях;
 f – коэффициенты в оцениваемой функции, приведенной к линейному виду.

В общем случае любую функцию уравненных значений углов и линий полигонометрического хода можно представить в виде

$$U = f_0 + f_1'v_{\beta_1} + f_2'v_{\beta_2} + \dots + f_{n+1}'v_{\beta_{n+1}} + f_1''v_{s_1} + f_2''v_{s_2} + \dots + f_n''v_{s_n}, \quad (2.49)$$

где f_0 – значение функции, вычисленное по измеренным значениям углов и линий;

f' и f'' – коэффициенты соответственно при угловых и линейных поправках

$$U_{si} = s_{0,i} + v_{si},$$

$$U_{\beta i} = \beta_{0,i} + v_{\beta i},$$

$$U_{\alpha i} = \alpha_{0,i} + [\beta]_1^i,$$

$$U_{xi} = x_{0,i+1} + [\cos \alpha \cdot v_s]_1^i - \frac{1}{\rho} [(y_{i+1} - y)v_{\beta}]_1^i,$$

$$U_{yi} = y_{0,i+1} + [\sin \alpha \cdot v_s]_1^i + \frac{1}{\rho} [(x_{i+1} - x)v_{\beta}]_1^i \quad (2.50)$$

где $s_0, \beta_0, \alpha_0, x_0, y_0$ – значения функций, полученные по измеренным значениям углов и линий.

Для полигонометрического хода ошибка единицы веса μ будет иметь вид

$$\mu = \sqrt{\frac{[p_{\beta} v_{\beta}^2] + [p_s v_s^2]}{r}}. \quad (2.51)$$

Обратный вес будет определяться выражением (2.48). Вычисление обратного веса функции можно выполнять совместно с решением нормальных уравнений коррелат способом последовательного исключения неизвестных в дополнительных столбцах.

2.6. Коррелятный способ уравнивания полигонометрической сети

Для начала определяют число условий, возникающих в сети.

$$r = (N + T - 1) \cdot 3 + Q. \quad (2.52)$$

где N – число замкнутых полигонов;

T – число твердых исходных пунктов;

Q – число твердых дирекционных углов на узловых точках.

Для сети (рис. 9) число независимых полигонов – 2, общее число условий – 7, число дирекционных углов – 3 и координат – 4. Следовательно, количество условных уравнений будет:

$$[v_{\beta}]_1 + f_{\beta_1} = 0;$$

$$[v_{\beta}]_2 + f_{\beta_2} = 0;$$

$$[v_{\beta}]_3 + f_{\beta_3} = 0;$$

$$[\cos \alpha v_s]_1 + [\cos \alpha v_s]_2 - \frac{1}{\rho} [(y_B - y)v_{\beta}]_1 - \frac{1}{\rho} [(y_B - y)v_{\beta}]_2 + f'_{x_I} = 0;$$

$$[\sin \alpha v_s]_1 + [\sin \alpha v_s]_2 + \frac{1}{\rho} [(x_B - x)v_{\beta}]_1 + \frac{1}{\rho} [(x_B - x)v_{\beta}]_2 + f'_{y_I} = 0;$$

$$[\cos \alpha v_s]_3 + [\cos \alpha v_s]_2 - \frac{1}{\rho} [(y_B - y)v_{\beta}]_3 - \frac{1}{\rho} [(y_B - y)v_{\beta}]_2 + f'_{x_{II}} = 0;$$

$$[\sin \alpha v_s]_3 + [\sin \alpha v_s]_2 + \frac{1}{\rho} [(x_B - x)v_{\beta}]_3 + \frac{1}{\rho} [(x_B - x)v_{\beta}]_2 + f'_{y_{II}} = 0.$$

Как в любой плановой сети, кроме указанных условий, могут возникать и дополнительные условия – горизонта и угла. На пункте составляется условное уравнение горизонта вида

$$\sum_1^k v_{\beta} + w_r = 0, \quad (2.53)$$

где k – число измеренных на пункте углов.

w_r – угловая невязка по формуле

$$w_r = \sum v_\beta - 360^\circ. \quad (2.54)$$

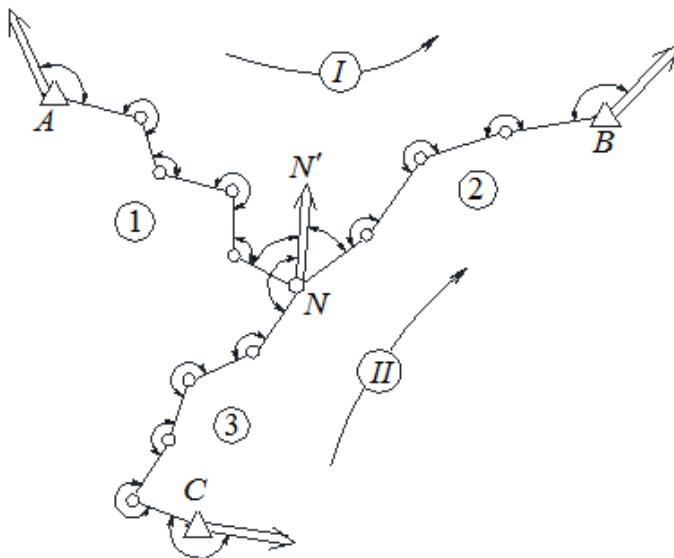


Рис. 9. Сеть полигонометрии

В случае привязки полигонометрического хода к двум исходным пунктам (рис. 10), составляют условные уравнения поправок угла вида

$$v_{\beta_{\text{прим}}} - v'_{\beta_{\text{прим}}} + w_y = 0, \quad (2.55)$$

здесь

$$w_y = \beta_{\text{прим}} - \beta'_{\text{прим}} - (\alpha_T - \alpha_{T'}), \quad (2.56)$$

где $\beta_{\text{прим}}$ и $\beta'_{\text{прим}}$ – примычные углы на исходных пунктах T и T' ; $\alpha_T, \alpha_{T'}$ – дирекционные углы.

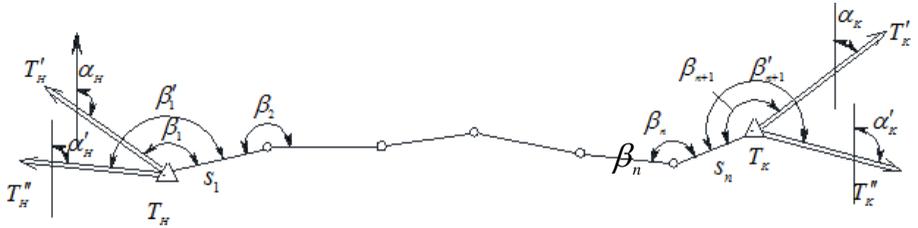


Рис. 10. Сеть полигонометрии с двумя исходными пунктами

От условных уравнений поправок переходят к нормальным уравнениям коррелат, предварительно установив веса в соответствии с формулами для весов.

Из решения нормальных уравнений вычисляют поправки по формулам

$$\begin{aligned}
 v_{\beta_i} &= q_{\beta} (a_i k_1 + b_i k_2 + \dots + t_i k_r), \\
 v_{s_i} &= q_s (a_i k_1 + b_i k_2 + \dots + t_i k_r).
 \end{aligned}
 \tag{2.57}$$

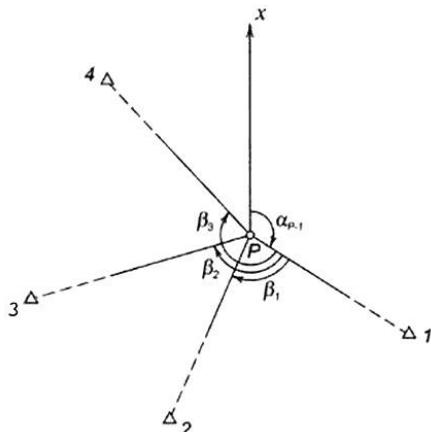
В дальнейшем уравнивания сети выполняется в соответствии с уравниванием полигонометрического хода. Аналогичным образом выполняется и оценка точности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Губеладзе А.Р. ТМОГИ. Обработка результатов измерений и уравнивание полигонометрических ходов: учебное пособие. Ростов н/Д: Рост. гос. строит. ун-т, 2013. 93 с.
2. Губеладзе О.А. Геодезия. Уравнивание нивелирной сети III класса: учебное пособие. Ростов н/Д: Рост. гос. строит. ун-т, 2013. 81 с.
3. Лесных Н.Б. Теория математической обработки геодезических измерений. Метод наименьших квадратов: учебное пособие. Новосибирск: СГГА, 2003. 60 с.
4. Лесных Н.Б. Метод наименьших квадратов на примерах уравнивания полигонометрических сетей: монография. Новосибирск: СГГА, 2007. 160 с.
5. Инженерная геодезия: учебное пособие, часть I / Е.С. Богомолова, М.Я. Брынь, В.В. Грузинов, В.А. Коугия, В.И. Полетаев; под ред. В.А. Коугия. СПб.: Петербургский гос. ун-т путей сообщения, 2006. 86с.
6. Инженерная геодезия. учебное для вузов / Е.Б. Ключин, М.И. Киселев, Д.Ш. Михелев, В.Д. Фельдман; под ред. Д.Ш. Михелева. М.: Изд. центр "Академия", 2004. 480 с.
7. Селиханович В.Г. Геодезия: учебник для вузов. – М.: Недра, 2000. – 544с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

ПРИМЕР РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПОТЕНОТА



Исходные данные

$$\beta_1 = 40^\circ 00' 35''$$

$$\beta_2 = 99^\circ 06' 54''$$

$$\beta_3 = 152^\circ 39' 02''$$

X Y

Т.1 (2152,06 м; 8988,55 м)

Т.2 (2262,91 м; 8344,36 м)

Т.3 (3165,60 м; 7957,51 м)

Т.4 (3910,54 м; 8454,89 м)

Таблица А1

Обратная геодезическая задача

Формулы	Значения	Формулы	Значения	Формулы	Значения
(1) y_1	22704,04	(2) x_1	25598,63	Контроль	
(3) y_2	21282,61	(4) x_2	25041,35	α_{1-p}	307°59' 57"
(5) y_3	20101,88	(6) x_3	26039,20	β_2	123°13' 10"
(7) y_4	20732,44	(8) x_4	27797,19	α_{3-p}	71°13' 07"
(9) $y_2 - y_1$	-1421,43	(11) $x_2 - x_1$	- 557,28	β_3	200°14' 02"
(10) $y_1 - y_3$	+2602,16	(12) $x_1 - x_3$	- 440,57	α_{4-p}	148°13' 59"
(13) β_1	61°11' 00"	(14) β_2	123°13' 10"	tga_{3-p}	2,9406114
(15) $\text{ctg}\beta_1$	0,5501335	(16) $\text{ctg}\beta_2$	- 0,6548665	tga_{4-p}	- 0,6192278
(17) Δy (числ.)	- 1488,19	(18) Δx (знам.)	+ 1162,67	$\text{tga}_{3-p} - \text{tga}_{4-p}$	3,5598392
(19) tga_{1-p}	- 1,2799827	(20) α_{1-p}	307°59' 57"	$x\rho''$	26522,13
(22) tga_{2-p}	0,1616512	(21) α_{2-p}	9°10' 57"	$x\rho - x_3$	+ 482,93
23) $\text{tga}_{1-p} - \text{tga}_{2-p}$	- 1,4416339	(24) $x\rho'$	26522,12	$y\rho'$	21522,00
(25) $x\rho - x_1$	+ 923,49	(26) $x\rho - x_2$	+ 1480,77	$x\rho - x_4$	- 1275,06
(27) $y\rho$	21521,98	(28) $y\rho''$	21521,98	$y\rho''$	21522,00
Среднее значение координат: $x_{cp} = 26522,12$ м; $y_{cp} = 21521,99$ м.					

Варианты исходных данных (задача Потенота)

Вариант	Измеренные углы									Координаты пунктов, м							
	β_1			β_2			β_3			1		2		3		4	
	°	'	''	°	'	''	°	'	''	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
1	47	25	08	80	40	40	164	57	41	1757,25	2932,49	1251,08	2387,78	1061,60	1897,86	2007,52	1184,44
2	56	44	06	85	12	59	120	07	58	2694,49	3813,35	1754,55	3885,59	1320,33	3730,10	1142,79	3204,52
3	44	49	20	82	53	23	176	34	40	2414,84	3905,43	2060,00	3305,00	2031,82	2703,76	3291,83	2360,62
4	54	24	05	82	02	29	126	17	27	4381,48	6015,49	3511,88	5840,01	3130,81	5613,11	3114,49	4933,03
5	59	56	02	97	42	15	143	09	24	4038,79	7179,47	3338,21	7954,73	2701,21	8016,76	2102,81	7545,49
6	40	19	39	105	04	41	135	16	10	4168,72	3186,85	4106,43	2508,66	5049,00	1944,91	5576,66	2052,85
7	42	38	17	86	27	52	179	53	32	5387,72	5557,24	5171,23	4929,56	5373,22	4260,68	6705,10	4343,88
8	51	43	06	80	17	50	139	51	09	7264,00	7912,73	6520,97	7545,69	6193,63	7229,45	6473,90	6394,83
9	59	13	03	92	14	40	128	33	13	3105,83	9324,41	2229,64	9833,62	1683,75	9789,17	1289,55	9342,83
10	58	14	36	111	19	20	177	59	59	4990,28	2514,78	4046,46	2985,70	3247,49	2479,98	3158,98	1304,27
11	49	41	25	119	59	26	148	08	23	8055,20	3910,34	7186,57	3630,31	7193,38	2361,17	7484,63	1875,74
12	41	25	19	110	16	46	123	32	32	6280,47	5405,20	6005,61	4739,16	6875,14	3927,28	7114,96	3833,71
13	41	02	25	91	07	04	173	52	21	5220,49	7368,14	5133,24	6727,38	5619,10	6079,44	6804,64	6474,31
14	48	53	46	80	07	20	156	34	58	3894,52	9979,23	3304,67	9481,53	3055,19	9054,99	3768,36	8230,33
15	57	46	01	87	24	08	120	38	54	7807,80	1708,02	6863,43	1928,34	6395,46	1808,32	6151,19	1332,55
16	40	09	22	96	28	43	160	23	58	2012,70	9258,57	2057,15	8612,81	2836,85	8110,65	3737,77	8621,19
17	55	41	51	83	33	50	121	54	38	4527,41	3943,45	3611,51	3893,49	3203,36	3706,04	3090,63	3115,93
18	59	59	37	100	12	29	152	07	21	8050,27	5087,91	7422,64	5936,79	6730,17	6026,09	6044,81	5488,06
19	43	44	08	84	24	38	179	17	34	3486,02	3657,42	3197,65	3041,68	3269,06	2400,57	4593,84	2262,32
20	53	10	27	81	02	04	131	56	41	4418,98	5886,91	3603,58	5614,01	3246,31	5347,98	3347,99	4586,19
21	40	44	55	107	35	32	128	55	27	5221,23	3283,70	5058,11	2604,90	5976,99	1923,68	6368,42	1908,27
22	41	48	26	88	31	56	178	10	49	2279,30	5494,94	2123,94	4859,99	2454,32	4187,26	3740,28	4438,14
23	50	23	54	80	00	57	147	36	50	7038,65	8004,51	6365,76	7568,89	6070,32	7203,17	6543,51	6343,14
24	40	31	53	93	34	03	168	16	08	5043,38	7390,57	5016,72	6746,41	5642,73	6149,88	6706,80	6624,64
25	40	00	35	99	06	54	152	39	02	2152,06	8988,55	2262,91	8344,36	3165,60	7957,51	3910,54	8454,89

Пример уравнивания одиночного полигонометрического хода коррелятным способом

Таблица А3

Ведомость предварительных вычислений и результатов уравнивания полигонометрического хода

№ пунктов	Углы поворота β (левые)	Дирекционные углы α	Длины линий S , м	$\cos \alpha$ $\sin \alpha$	Приращения, м		Вычисленные координаты, м		$X_{n+1}-X$, км	$Y_{n+1}-Y$, км
					ΔX	ΔY	ΔX	ΔY		
Николаево1	-1,4 181° 05' 47,3"	113° 28' 38" -1,4	+3	-0,415863	+0,0046	+0,0000	10901,025	7050,400		
2	-0,5 247° 51' 07,5"	114° 34' 25,3" -1,9	552,004	+0,909427	-229,558	+502,007	10671,467	75520,407	-1,282	+2,026
3	-0,0 126° 32' 35,3"	182° 25' 32,8" -1,9	566,339	-0,042325	-564,832	-23,928	10106,635	7528,479	-1,052	+1,524
4	+0,4 139° 20' 11,4"	158° 58' 8,1" -1,5	339,017	+0,358874	-316,434	+121,664	9790,201	7650,143	-0,487	+1,548
5	+1,1 157° 18' 32,4"	118° 18' 19,6" -0,4	400,409	+0,880433	-189,862	+352,533	9600,339	8002,676	-0,171	+1,427
6	+1,6 170° 06' 59,1"	95° 36' 51,9" +1,2	356,840	+0,995203	-34,911	+355,128	9565,428	8357,804	+0,019	+1,074
7	+2,2 179° 59' 41,4"	85° 43' 51" +3,4	372,268	+0,997225	+27,712	+371,235	9593,140	8729,039	+0,054	+0,719
Бельцево 8	+2,6 253° 30' 32,6"	85° 43' 32,4" +6,0	348,725	+0,997219	+25,991	+347,755	9619,131	9076,794	+0,026	+0,348
	159° 14' 05"									
Σ	1485° 45' 27"	159° 14' 11"	2934,602	Σ	-1281,894	2026,394	9619,164	9076,842		
f_{β}	-06"	$f_{\beta}=-06"$		$f_{x=}$	-0,033	$f_{y}=-0,048$	-0,033	-0,048		
пред f_{β}	$\pm 07"$	пред f_{β}	=	$f_{\beta=}$	0,058					

$$[\beta_r] = a_k - a_n + 180 \cdot (n-1) = 1485^\circ 45' 33''$$

$$\text{пред } f_{\beta} = \pm 2,5'' \cdot \sqrt{n} = \pm 2,5'' \cdot \sqrt{8} = \pm 7''$$

$$\frac{f_s}{[S]} = \frac{0,058}{2934,602} = \frac{1}{50500}$$

Таблица А4

Вычисление коэффициентов нормальных уравнений

Номера п/п	a_j	b_j	c_j	Fa_j	Fx_j	Fy_j	S	\sqrt{q}	v	p_v
$V_{\beta 1}$	1	-0,98	-0,62	1	-0,46	-0,63	-0,70	1,00	-1,43	-1,43
$V_{\beta 2}$	1	-0,74	-0,51	1	-0,22	-0,52	0,01	1,00	-0,50	-0,50
$V_{\beta 3}$	1	-0,75	-0,24	1	-0,23	-0,25	0,54	1,00	-0,03	-0,03
$V_{\beta 4}$	1	-0,69	-0,08	1	-0,17	-0,09	0,96	1,00	0,42	0,42
$V_{\beta 5}$	1	-0,52	0,01				0,49	1,00	1,10	1,10
$V_{\beta 6}$	1	-0,35	0,03				0,68	1,00	1,64	1,64
$V_{\beta 7}$	1	-0,17	0,01				0,84	1,00	2,16	2,16
$V_{\beta 8}$	1						1,00	1,00	2,64	2,64
6,00										
$V_{S 1}$		-0,34	0,74		-0,34	0,74	0,80	0,815	0,27	0,33
$V_{S 2}$		-0,81	-0,03		-0,81	-0,03	-1,70	0,815	-3,07	-2,50
$V_{S 3}$		-0,76	0,29		-0,76	0,29	-0,94	0,815	-2,15	-1,75
$V_{S 4}$		-0,39	0,72		-0,39	0,72	0,66	0,815	0,17	0,14
$V_{S 5}$		-0,08	0,81				0,73	0,815	1,51	1,23
$V_{S 6}$		0,06	0,81				0,87	0,815	2,02	1,65
$V_{S 7}$		0,06	0,81				0,87	0,815	2,02	1,65
Σ	8,00	-6,46	2,75	4,00	-3,38	0,23	5,14			
w	-6,00	-3,30	-4,80							
k	2,640	2,995	1,811	4,00						
$[a]$	8,00	-4,20	-1,40	-3,16	-1,08	-1,49	3,83	-2,17		
$[b]$		4,49	0,52	-1,45	2,41	0,53	0,58	-2,72		
$[c]$			3,84	4,00	-0,26	1,87	3,12	-1,68		
$[Fa]$										
$[Fx]$					1,85					
$[Fy]$						1,89				

Таблица А5

Решение нормальных уравнений

k_1	k_2	k_3	w	$[Fa]$	$[F_x]$	$[F_y]$	S	контроль
8,00	-4,20	-1,40	-6,00	4,00	-1,08	-1,49	-2,17	-2,17
-1,000	0,525	0,175	0,750	-0,500	0,135	0,186	0,272	0,272
	2,29	-0,22	-6,45	-1,06	1,84	-0,25	-3,86	-3,86
	-1,000	0,096	2,821	0,465	-0,806	0,111	1,686	1,686
		3,57	-6,47	-0,85	-0,27	1,59	-2,43	-2,43
		-1,000	1,811	0,238	0,075	-0,445	0,680	0,680
			1/Pf	1/Pfa	1/Pfx	1/Pfy		
2,640	2,995	1,811	-34,42	-2,70	-1,65	-1,01		

$$V_{\Delta x1} = + 0,0046 \text{ м}$$

$$V_{\Delta y1} = + 0,0000 \text{ м}$$

$$V_{\Delta x2} = + 0,0307 \text{ м}$$

$$V_{\Delta y1} = + 0,00014 \text{ м}$$

$$V_{\Delta x3} = + 0,0195 \text{ м}$$

$$V_{\Delta y1} = + 0,0008 \text{ м}$$

$$V_{\Delta x4} = + 0,0031 \text{ м}$$

$$V_{\Delta y1} = + 0,0003 \text{ м}$$

$$V_{\Delta x5} = + 0,00564 \text{ м}$$

$$V_{\Delta y1} = + 0,0146 \text{ м}$$

$$V_{\Delta x6} = + 0,0098 \text{ м}$$

$$V_{\Delta y1} = + 0,0207 \text{ м}$$

$$V_{\Delta x7} = + 0,0094 \text{ м}$$

$$V_{\Delta y1} = + 0,0210 \text{ м}$$

$$\Sigma V_{\Delta xi} = + 0,033 \text{ м}$$

$$\Sigma V_{\Delta yi} = + 0,046 \text{ м}$$

Таблица А6

Вычисление поправок в приращения координат

№ пунктов	-0,485 Δy , км	+0,485 Δx , км	$V_{\Delta x}$, см	$V_{\Delta y}$, см	Уравненные	
					x	y
Николаево 1					10901,025	7050,400
2	-0,24	-0,11	+0,046	+0,000	10671,472	7552,407
3	+0,01	-0,27	+0,307	-0,0014	10106,670	7528,479
4	-0,06	-0,15	+0,195	-0,008	9790,256	7650,142
5	-0,17	-0,09	+0,031	+0,003	9600,397	8002,675
6	-0,17	-0,09	-0,0564	+0,136	9565,480	8357,817
7	-0,18	+0,01	-0,08	+0,147	9593,182	8729,067
8	-0,17	+0,01	-0,094	+0,210	9619,164	9076,842

$$\Sigma +0,33$$

$$\Sigma +0,48$$

Таблица А7

Варианты исходных данных (ход полигонометрии)

№ пункта	Углы поворота	Варианты секунд углов																		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
a_n	113°28'39"	40	36	41	38	42	40	43	37	41	39	38	42	36	40	41	39	42	38	40
Николаево 1	181°05'47,2"	47,4	47,3	46,8	47,5	47,6	46,9	49,7	47,3	47,6	47,1	47,3	47,2	46,9	46,8	47,3	47,4	47,6	47,3	47,4
2	247°51'08,0"	07,9	08,4	07,8	08,3	08,2	07,7	08,4	08,1	08,4	08,3	07,7	07,9	07,8	08,7	08,6	07,8	08,4	07,5	08,3
3	156°32'34,7"	35,0	34,6	34,5	35,1	35,3	35,2	34,8	35,3	$\begin{matrix} 3 \\ 4,1 \end{matrix}$	35,0	34,6	34,5	34,6	35,1	35,2	35,3	35,2	35,3	34,7
4	139°20'10,7"	10,5	10,6	10,3	10,8	10,4	10,2	10,5	11,2	10,1	10,3	10,8	10,7	10,2	10,8	11,1	10,7	11,3	11,4	10,5
5	157°18'32,0"	32,3	32,6	32,2	32,4	32,1	31,8	32,4	31,9	32,1	32,5	32,3	31,8	31,9	31,7	31,9	32,5	31,8	32,4	31,7
6	170°06'59,5"	59,0	59,4	59,1	59,3	59,6	59,5	59,4	59,3	59,2	59,4	59,0	58,9	58,8	58,6	59,5	59,9	59,4	59,1	59,4
7	179°59'40,6"	40,9	40,5	40,7	40,3	40,4	40,6	41,1	40,3	40,7	40,9	40,6	40,1	41,0	41,2	41,1	40,7	40,3	41,4	41,2
Бельцево 8	253°30'32,0"	32,4	32,2	31,9	32,5	31,8	32,3	32,5	31,8	32,6	31,9	31,7	31,8	31,7	32,4	33,0	32,1	31,8	32,6	31,7
a_k	159°14'09"	11	12	10	13	11	12	14	11	13	12	14	08	15	08	09	10	15	09	10

Таблица А8

Варианты исходных данных (ход полигонометрии)

№ пункта	Длины линий, м	Варианты длин линий, мм																		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
2	552,006	012	010	011	015	008	016	005	008	003	011	013	015	007	014	008	009	003	004	006
3	565,337	334	340	333	339	341	345	344	337	342	332	331	338	344	331	342	345	333	339	346
4	339,022	029	021	020	026	023	028	030	024	019	020	018	020	022	019	025	018	028	017	027
5	400,405	410	406	411	409	412	411	417	400	413	416	407	399	419	420	401	402	404	409	415
6	356,829	827	825	835	828	833	836	836	826	825	831	837	827	833	831	836	825	839	840	826
7	372,261	260	266	259	261	258	269	270	271	266	264	259	260	266	257	261	258	255	268	257
Бельцево 8	348,712	713	705	709	715	720	722	720	718	711	713	712	720	709	722	710	721	723	725	708

Точность полевых измерений $m_\beta = 2''$; $m_s = 2$ см;

$$q = \frac{m_s^2}{m_\beta^2} = 1$$

Таблица А9

Варианты исходных данных (ход полигонометрии)

	Дирекционные углы		Координаты исходных пунктов, м			
	Дубровка Никитино	Павлово Филатово	Никитино		Павлово	
			X	Y	X	Y
1	33° 55' 06''	62° 38' 22,1'	6008,329	5692,364	8544,168	7802,686
2	89 26 45	118 10 15,6	6008,329	5692,364	5703,803	8977,374
3	79 56 23	108 39 41,0	6008,329	5692,364	6250,464	8982,720
4	56 49 23	85 32 37,6	6008,329	5692,364	7523,027	8623,407
5	102 36 58	131 20 29,4	6008,329	5692,364	4963,162	8821,594
6	111 11 11	139 54 25,7	6008,329	5692,364	4508,678	8631,159
7	205 26 39	234 09 56,5	6008,329	5692,364	3189,118	3978,559
8	99 56 33	128 39 49,7	6008,329	5692,364	5110,553	8867,122
9	34 56 45	63 40 00,5	6008,329	5692,364	8505,893	7847,979
10	54 45 54	83 29 08,0	6008,329	5692,364	7627,126	8567,136
11	156 37 54	185 21 26,3	6008,329	5692,364	2862,178	6685,270
12	180 23 56	209 07 24,7	6008,329	5692,364	2728,648	5333,283
13	63 25 42	92 09 13,1	6008,329	5692,364	7175,641	8778,274
14	104 03 26	132 46 41,3	6008,329	5692,364	4884,940	8794,346
15	264 31 54	293 15 14,3	6008,329	5692,364	6030,232	2393,136
16	104 31 58	133 15 16,6	6008,329	5692,364	4859,313	8784,900

Таблица А10
 Измеренные величины (ход полигонометрии)

№ пунктов	Углы поворота			Длины линий S , м
	°	'	''	
Никитино				
1	180	15	40,8	
				356,158
2	193	18	13,8	
				472,556
3	179	34	43,7	
				600,103
4	185	37	47,6	
				589,357
5	129	39	44,4	
				567,982
6	220	03	14,5	
				567,234
7	193	14	27,3	
				300,491
8	186	59	32,6	
Павлово				