



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Робототехника и мехатроника»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

«Проектирование роботов и робототехнических систем»

тема:

«Планирование траектории звеньев манипулятора на основе кубических сплайнов»

Автор

В.И. Логвинов

Ростов-на-Дону, 2014



Аннотация

Изложены цели лабораторной работы по планированию траекторий звеньев манипулятора на основе кубических сплайнов и краткие сведения, необходимые студентам для ее выполнения.

Предназначены для бакалавров дневной формы обучения по направлению 221000 Мехатроника и робототехника, профиль Роботы и робототехнические системы.

Автор

к.т.н., доцент В.И. Логвинов





Оглавление

| | |
|---------------------------|----|
| Цель работы | 4 |
| Основные сведения | 4 |
| Порядок выполнения | 4 |
| Пример расчета | 6 |
| Требования к отчету | 8 |
| Контрольные вопросы..... | 11 |
| Литература | 12 |



Цель работы

- ознакомиться с методом планирования траекторий звеньев манипулятора на основе кубических полиномов;
- построить графики положения, скорости и ускорения заданного звена манипулятора.

Основные сведения

Траектория схвата - кривая, вдоль которой схват манипулятора движется из начального положения в конечное. Для обеспечения этого движения каждое звено должно перемещаться также по определенной траектории. Координаты начальной и конечной точек перемещения задаются в обобщенных или абсолютных координатах. Планирование траектории сводится к аппроксимации или интерполяции выбранной траектории полиномами некоторого класса и к выбору некоторой последовательности опорных точек, в которых производится коррекция параметров движения звена на пути от начальной к конечной точке перемещения. Траектория в лабораторной работе разбивается на два участка, каждый из которых описывается полиномом третьей степени-кубическим сплайном. Кубический сплайн обеспечивает достаточную точность аппроксимации и непрерывность двух производных в узловых точках заданной функции

$$h_j(t) = a_{j3}t^3 + a_{j2}t^2 + a_{j1}t + a_{j0}$$

$$j = 1, 2$$

Порядок выполнения

1. По исходным данным (таблица 1) определить начальную точку траектории, значение которой равно $q_{нач} = 0,1q_{max}$ и диапазон перемещения звена $\Delta q = q_{max} - 0,1q_{max}$.



Таблица 1 - Исходные данные.

| № варианта | Максимальное значение обобщенных координат, м или град, q_{max} | Значения максимальных обобщенных скоростей, м/с или град/с | № варианта | Максимальное значение обобщенных координат, м или град q_{max} | Значения максимальных обобщенных скоростей, м/с или град/с |
|------------|---|--|------------|--|--|
| 1 | 180 | 90 | 11 | 120 | 75 |
| 2 | 0,10 | 0,30 | 12 | 0,50 | 0,25 |
| 3 | 270 | 90 | 13 | 240 | 100 |
| 4 | 0,20 | 0,50 | 14 | 0,40 | 0,40 |
| 5 | 100 | 56,3 | 15 | 320 | 80 |
| 6 | 1,00 | 0,40 | 16 | 0,75 | 0,50 |
| 7 | 0,08 | 0,30 | 17 | 0,06 | 0,30 |
| 8 | 0,16 | 0,60 | 18 | 0,12 | 0,40 |
| 9 | 270 | 80 | 19 | 220 | 90 |
| 10 | 240 | 60 | 20 | 200 | 60 |

2. Траекторию звена разбить на 2 временных участка и интерполировать эти участки полиномами третьей степени

$$h_1(t) = a_{13}t^3 + a_{12}t^2 + a_{11}t + a_{10}; \quad (1)$$

$$h_2(t) = a_{23}t^3 + a_{22}t^2 + a_{21}t + a_{20}; \quad (2)$$

где $h_1(t)$ и $h_2(t)$ - траекторные функции; t - нормированное время.

3. Определить коэффициенты полиномов $a_{10}, a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{20}, a_{21}, a_{22}, a_{23}$.

Условия определения:

- начальное значение скорости и ускорения звена нулевые;
- скорость в конечной точке нулевая;
- выполняется условие непрерывности траектории по положению, скорости и ускорению;
- скорость в конце 1-го участка равна 3/4 заданного табличного значения скорости;
- временной интервал 1-го и 2-го участка одинаковы.



4. Разбить временные интервалы для двух участков на 10 частей, составить таблицу значений $h_i(t)$ и построить графики этих функций, а также $\dot{h}_i(t)$; $\ddot{h}_i(t)$ в зависимости от реального времени.

Пример расчета

Вариант 6. Исходные данные $q_{max} = 100$ град, $\omega_{max} = 56,3$ град/с. Для описания 1-го и 2-го участков траектории используем полиномы (1),(2). Введем следующие обозначения: t - реальное время, измеряемое в секундах; τ_i - момент окончания i -го участка траектории; $t_i = \tau_i - \tau_{i-1}$ - интервал реального времени, затрачиваемый на прохождение i -го участка траектории. Тогда

$$t = \frac{\tau - \tau_{i-1}}{\tau_i - \tau_{i-1}}; \quad T \in [\tau_{i-1}, 1]; \quad t \in [0, 1].$$

Начальные условия при $t=0$ для 1-го и 2-го участков $h_1(0) = a_{10} = 0,1q_{max} = 0,1 \cdot 100 = 10$ град; $h_2(0) = a_{20}$; $\Delta q = q_{max} - q_{нач} = 100 - 10 = 90$.

Определим скорости и ускорения на обоих участках: первую и вторую производные полиномов относительно реального времени можно представить в следующем виде [1]:

$$V_i(t) = \frac{dh_i(t)}{\tau} = \frac{dh_i(t)}{dt} \frac{dt}{d\tau} = \frac{1}{\tau_i - \tau_{i-1}} \frac{dh_i(t)}{dt} = \frac{1}{\Delta\tau_i} \frac{dh_i(t)}{dt} = \frac{1}{\Delta\tau_i} \dot{h}_i(t); \quad i=1,2 \quad (3)$$

$$a_i(t) = \frac{d^2 h_i(t)}{d\tau^2} = \frac{1}{(\tau_i - \tau_{i-1})^2} \frac{d^2 h_i(t)}{dt^2} = \frac{1}{\Delta\tau_i^2} \frac{d^2 h_i(t)}{dt^2} = \frac{1}{\Delta\tau_i^2} \ddot{h}_i(t); \quad i=1,2; \quad (4)$$

$$\Delta\tau_1 = \Delta\tau_2 = \Delta\tau.$$

$$\text{Тогда } \omega_1(t) = \frac{3a_{13}t^2 + 2a_{12}t + a_{11}}{\Delta\tau};$$

$$\omega_2(t) = \frac{3a_{23}t^2 + 2a_{22}t + a_{21}}{\Delta\tau};$$

$$a_1(t) = \frac{6a_{13}t + 2a_{12}}{\Delta\tau^2} \quad a_2(t) = \frac{6a_{23}t + 2a_{22}}{\Delta\tau^2}.$$

При $t=0$ для 1-го участка

$$\omega_1(0) = 0 \rightarrow \frac{a_{11}}{\Delta\tau} = 0 \rightarrow a_{11} = 0; \quad (5)$$

$$a_1(0) = 0 \rightarrow \frac{2a_{12}}{\Delta\tau^2} = 0 \rightarrow a_{12} = 0. \quad (6)$$

При $t = 1$ в конце 1-го и 2-го участков



$$h_1(1) = a_{13} + a_{12} + a_{11} + a_{10};$$

$$\omega_1(1) = \frac{3a_{13} + 2a_{12} + a_{11}}{\Delta\tau};$$

$$\omega_2(1) = \frac{3a_{23} + 2a_{22} + a_{21}}{\Delta\tau};$$

$$a_1(1) = \frac{6a_{13} + 2a_{12}}{\Delta\tau^2}.$$

В начальный момент времени при $t=0$ для 2-го участка $h_2(0) = a_{20}$; $\omega_2(0) = \frac{a_{21}}{\Delta\tau}$; $a_2(0) = \frac{2a_{22}}{\Delta\tau^2}$.

Учитывая условие непрерывности функций, перемещение, скорость и ускорение в конце 1-го участка будут равны перемещению, скорости и ускорению в начале 2-го участка, следовательно:

$$h_1(1) = h_2(0) \rightarrow a_{13} + a_{12} + a_{11} + a_{10} = a_{20}; \quad (7)$$

$$\omega_1(1) = \omega_2(0) \rightarrow \frac{3a_{13} + 2a_{12} + a_{11}}{\Delta\tau} = \frac{a_{21}}{\Delta\tau}; \quad (8)$$

$$3a_{13} + 2a_{12} + a_{11} = a_{21};$$

$$a_{11}(1) = a_2(0) \rightarrow \frac{6a_{13} + 2a_{12}}{\Delta\tau^2} = \frac{2a_{22}}{\Delta\tau^2} \rightarrow 6a_{13} + 2a_{12} = 2a_{22}. \quad (9)$$

Скорость в конце 2-го участка при $t=1$ равна 0:

$$\omega_2(1) = 0 \rightarrow \frac{3a_{13} + 2a_{12} + a_{11}}{\Delta\tau} = 0 \rightarrow 3a_{13} + 2a_{12} + a_{11} = 0. \quad (10)$$

Для нахождения неизвестных коэффициентов полиномов (1) и (2) составим систему уравнений на основе соотношений (5)÷(10):

$$a_{10} = 10;$$

$$a_{11} = 0;$$

$$a_{12} = 0;$$

$$a_{20} = a_{13} + a_{12} + a_{11} + a_{10};$$

$$a_{21} = 3a_{13} + 2a_{12} + a_{11};$$

$$2a_{22} = 6a_{13} + 2a_{12};$$

$$3a_{23} + 2a_{22} + a_{21} = 0;$$

$$a_{23} + a_{22} + a_{21} + a_{20} = 100.$$

Определим неизвестные коэффициенты:

$$a_{21} = a_{22} = 3a_{13};$$

$$a_{23} = -3a_{13};$$

$$a_{23} + 3a_{13} + 3a_{13} + a_{13} + 10 = 100;$$

$$-3a_{13} + 7a_{13} = 90 \rightarrow a_{13} = 90/4 = 22,5;$$

$$a_{21} = a_{22} = 3 * 22,5 = 67,5;$$

$$a_{20} = a_{13} + a_{10} = 22,5 + 10 = 32,5.$$



Функции перемещения:

$$h_1(t) = 22,5t^3 + 10;$$

$$h_2(t) = -67,5t^3 + 67,5t^2 + 67,5t + 32,5.$$

Переходим от нормированного времени к реальному.

Определим вначале $\Delta\tau$.

Скорость в конце 1-го участка равна $0,75 \omega = 0,75 * 56,3 = 42,2$ град/с, откуда

$$\omega_1(1) = \frac{3a_{13} + 2a_{12}}{\Delta\tau} = 42,2 \text{ град/с};$$

$$\Delta\tau = \frac{3 * 22,5 + 2 * 0}{42,2} = 1,6 \text{ с.}$$

Тогда $h_1(\tau) = a_{13} \left(\frac{\tau-0}{\Delta\tau}\right)^3 + a_{12} \left(\frac{\tau-0}{\Delta\tau}\right)^2 + a_{11} \left(\frac{\tau-0}{\Delta\tau}\right) + a_{10}$;

$$h_1(\tau) = \frac{22,5}{1,6^3} \tau^3 + 10 = 5,49 \tau^3 + 10.$$

Скорость и ускорение: $\omega_1(\tau) = 16,47 \tau^2$; $\varepsilon_1(\tau) = 32,94 \tau$.

Для второго участка:

$$h_2(\tau) = -67,5 \left(\frac{\tau-\Delta\tau}{\Delta\tau}\right)^3 + 67,5 \left(\frac{\tau-\Delta\tau}{\Delta\tau}\right)^2 +$$

$$+ 67,5 \left(-\frac{\tau-\Delta\tau}{\Delta\tau}\right) + 32,5 = 67,5 \left(-\frac{\tau^3}{\Delta\tau^3} + 4\frac{\tau^2}{\Delta\tau^2} - 4\frac{\tau}{\Delta\tau} + 1\right) + 32,5 =$$

$$67,5 \left(-\frac{\tau^3}{1,6^3} + 4\frac{\tau^2}{1,6^2} - 4\frac{\tau}{1,6} + 1\right) + 32,5 = 16,48 \tau^3 + 105,47 \tau^2 - 168,75 \tau + 100.$$

Скорость и ускорение :

$$\omega_2(\tau) = -49,44 \tau^2 + 210,94 \tau - 168,75.$$

$$\varepsilon_2(\tau) = -98,88 \tau + 210,94.$$

Значения функций перемещения, скорости и ускорения звена для интервала от 0 до $2\Delta\tau$ приведены в таблице 2, графики даны на рис. 1.

Требования к отчету

Отчет должен содержать

1. Название лабораторной работы, Ф.И.О. студента, номер группы.

2. Цель работы.

Таблица 2. Значения функций перемещения, скорости и ускорения звена



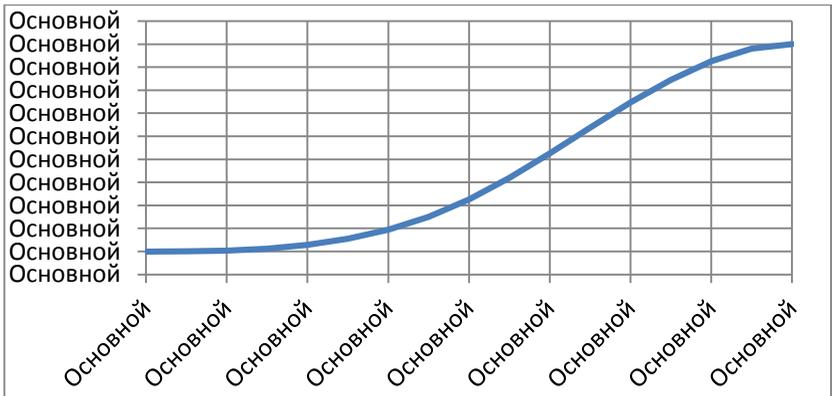
Робототехника и мехатроника

| τ, c | $h_1(\tau),$ <i>град</i> | $\omega_1(\tau),$ <i>град/с</i> | $\varepsilon_1(\tau), \Gamma$ <i>рад/с²</i> |
|-----------|-----------------------------|------------------------------------|---|
| 0,0 | 10,00 | 0,00 | 0,00 |
| 0,1 | 10,02 | 0,32 | 3,78 |
| 0,2 | 10,04 | 0,66 | 6,59 |
| 0,3 | 10,14 | 1,48 | 9,88 |
| 0,4 | 10,35 | 2,64 | 13,18 |
| 0,5 | 10,68 | 4,12 | 16,47 |
| 0,6 | 11,18 | 5,93 | 19,76 |
| 0,7 | 11,88 | 8,07 | 23,06 |
| 0,8 | 12,81 | 10,54 | 26,35 |
| 0,9 | 14,00 | 13,34 | 29,65 |
| 1,0 | 15,49 | 16,47 | 32,94 |
| 1,1 | 17,30 | 19,93 | 36,23 |
| 1,2 | 19,48 | 23,72 | 39,53 |
| 1,3 | 22,06 | 27,83 | 42,82 |
| 1,4 | 25,06 | 32,28 | 46,12 |
| 1,5 | 28,52 | 37,06 | 49,41 |
| 1,6 | 32,48 | 42,16 | 52,70 |



Робототехника и мехатроника

| τ, c | $h_2(\tau),$ град | $\omega_2(\tau),$ град/с | $\varepsilon_2(\tau) \Gamma$ рад/с ² |
|-----------|----------------------|-----------------------------|--|
| 1,6 | 32,50 | 42,1876 | 52,70 |
| 1,7 | 36,97 | 46,9664 | 42,84 |
| 1,8 | 41,86 | 50,7564 | 32,96 |
| 1,9 | 47,09 | 53,5576 | 23,07 |
| 2,0 | 52,54 | 55,37 | 13,18 |
| 2,1 | 58,13 | 56,1936 | 3,30 |
| 2,2 | 63,75 | 56,0284 | -6,61 |
| 2,3 | 69,30 | 54,8744 | -16,50 |
| 2,4 | 74,69 | 52,7316 | -26,40 |
| 2,5 | 79,81 | 49,6 | -36,26 |
| 2,6 | 84,57 | 45,4796 | -46,15 |
| 2,7 | 88,88 | 40,3704 | -56,04 |
| 2,8 | 92,62 | 34,2724 | -65,92 |
| 2,9 | 95,70 | 27,1856 | -75,81 |
| 3,0 | 98,02 | 19,11 | -85,70 |
| 3,1 | 99,49 | 10,0456 | -95,60 |
| 3,2 | 100,00 | 0,00 | -105,48 |





Робототехника и мехатроника

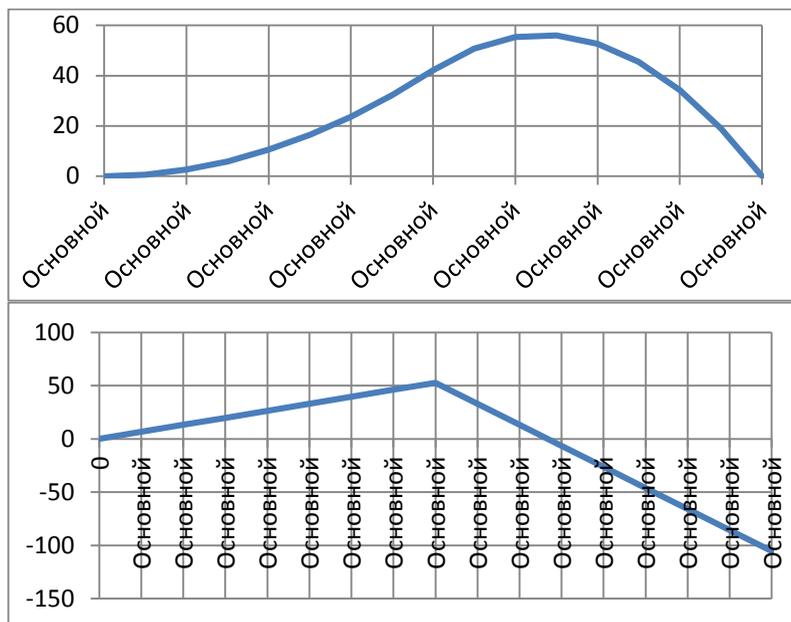


Рис.1 Графики перемещения, скорости и ускорения звена

3. Исходные данные.
4. Расчет коэффициентов полиномов для 1-го и 2-го участков в реальном масштабе времени.
5. Определение функций положений, скоростей и ускорений для двух участков в реальном времени.
6. Таблицу значений положений, скоростей и ускорений для двух участков в реальном времени с интервалом $0, 1 \Delta t$.
7. Графики положений, скоростей и ускорений звена в реальном времени.
8. Выводы

Контрольные вопросы

1. Как определяется и в каких пределах изменяется нормированное время?
2. Дайте определение кубического сплайна.
3. Через какие точки должна проходить любая траектория движения манипулятора?
4. Какие ограничения накладываются на траекторию в пространстве обобщенных координат?
5. Какие параметры необходимо прежде всего определить для кубических полиномов?



Литература

1. Фу. К. , Гонсалес Р., Ли К. Робототехника / Фу. К. , Гонсалес Р., Ли К. - М.: Мир, 1989.
2. Волков В. Б. Понятный самоучитель Excel 2010. — СПб.: Питер, 2010.
- 3.Зенкевич С.Л., Ющенко А.С. Управление роботами. Основы управления манипуляционными роботами:Учеб. для вузов.- М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана,2000.