



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Физика»

Лабораторная работа М15

«Определение момента инерции колеса с грузом методом колебаний»

по дисциплине

«Физика»

Авторы
Жданова Т. П.,
Илясов В. В.,
Кудря А. П.,
Лемешко Г. Ф.,
Пруцакова Н. В.

Ростов-на-Дону, 2018

Аннотация

Методические указания содержат краткое описание экспериментальной установки и методики определения момента инерции колеса методом колебаний. Предназначены для студентов инженерных специальностей всех форм обучения при выполнении лабораторного практикума по физике (раздел «Механика и молекулярная физика»).

Авторы

к.ф.-м.н, доцент кафедры «Физика»

Жданова Т.П.,

д.т.н., профессор кафедры «Физика»

Илясов В.В.,

ст. преподаватель кафедры «Физика»

Кудря А.П.,

к.ф.-м.н, профессор кафедры «Физика»

Лемешко Г.Ф.,

к.ф.-м.н, доцент кафедры «Физика»

Пруцакова Н.В.



Оглавление

Цель работы:	4
Теоретическая часть.	4
Описание экспериментальной установки. Вывод рабочих формул	6
Порядок выполнения лабораторной работы	8
Контрольные вопросы	11
Список литературы	11

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

Определение характеристик колебательного движения колеса, момента инерции колеса и сравнение его с теоретическим значением.

Оборудование: экспериментальная установка, линейка, секундомер.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.

При изучении вращательного, либо колебательного движений твердого тела используют понятие момента инерции. **Моментом инерции материальной точки** называется скалярная величина, равная произведению массы точки на квадрат расстояния от точки до оси вращения:

$$I = m \cdot r^2.$$

Моментом инерции твердого тела называется сумма моментов инерции материальных точек, из которых состоит тело:

$$I = \sum_i m_i r_i^2.$$

Момент инерции – это мера инертности при вращательном движении (в этом состоит физический смысл момента инерции).

В случае непрерывного распределения масс момент инерции может быть определен интегралом: $I = \int r^2 dm$, где интегрирование ведется по всему объёму тела. Величина r - функция положения точки с координатами x , y и z .

Момент инерции зависит от массы тела и формы распределения массы относительно оси вращения.

Теорема Штейнера

$$I = I_c + ma^2,$$

где I_c – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс; I – момент инерции этого тела относительно параллельной оси, отстоящей от первой на расстоянии a ; m – масса тела.

Моментом силы относительно неподвижной точки называется векторная физическая величина, определяемая векторным произведением радиус-вектора \vec{r} , проведенного из данной точки в точку приложения силы, на силу \vec{F} :

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}].$$

Момент силы относительно неподвижной оси:

$$M = Fr \sin \alpha = Fl,$$

где $l = r \sin \alpha$ – плечо силы (кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью вращения); α – угол между направлениями силы и радиуса - вектора. Направление момента силы совпадает с осью, относительно которой происходит вращение, и может быть определено по правилу буравчика.

Колебаниями называются процессы, отличающиеся той или иной степенью повторяемости. В зависимости от физической природы повторяющегося процесса различают колебания: механические, электромагнитные, электромеханические и т.д.

Физический маятник – твердое тело, которое может совершать колебания под действием силы тяжести относительно неподвижной горизонтально расположенной оси, не проходящей через центр масс тела.

Период колебаний физического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgL}}, \text{ где } m - \text{ масса маятника, } I - \text{ момент инерции}$$

маятника, L - расстояние между центром масс и осью вращения.

Затухающие колебания возникают при наличии сил сопротивления (трения) и обусловлены рассеянием (диссипацией) энергии. Если убыль энергии не восполняется за счёт работы внешних сил, колебания будут затухать.

Логарифмический декремент затухания χ – натуральный логарифм отношения двух последующих амплитуд

$$\chi = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T, \text{ где } \beta - \text{ коэффициент затухания.}$$

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ. ВЫВОД РАБОЧИХ ФОРМУЛ

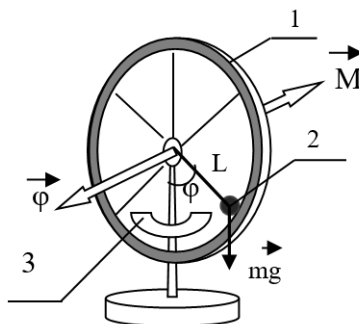


Рис.1. Экспериментальная установка

1 - велосипедное колесо, 2 – груз, прикрепленный к ободу,
3- угломерная шкала.

Если колесо вывести из состояния равновесия и предоставить самому себе, то он будет совершать колебания под действием момента силы тяжести $M = -m_{ГР} \cdot g \cdot L \cdot \sin \varphi$. При малых углах отклонения (10^0 - 15^0) $\sin \varphi \approx \varphi$ и момент силы тяжести равен

$$M = -m_{ГР} \cdot g \cdot L \cdot \varphi,$$

где $m_{ГР}$ - масса груза, g - ускорение свободного падения, L -расстояние между центром груза и осью колеса, φ -угол отклонения колеса от положения равновесия. Знак «-» показывает, что вектор момента силы тяжести и углового перемещения противоположно направлены.

В реальных условиях маятник под действием моментов сил трения в подшипниках и сопротивления воздуха совершает затухающие колебания. Суммарный момент сил трения зависит от угловой скорости:

$$M = -k \cdot \frac{d\varphi}{dt},$$

где k - коэффициент пропорциональности, зависящий от формы и размеров маятника и вязкости среды.

Основное уравнение динамики движения, описывающее колебания маятника, имеет вид

$$I \cdot \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -m_{ГП} g L \varphi - k \frac{d\varphi}{dt} . \quad (1)$$

Разделив (1) на момент инерции и преобразуя уравнение, получаем:

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{k}{I} \frac{d\varphi}{dt} + \frac{m_{ГП} g L}{I} \varphi = 0 .$$

Вводим обозначения: коэффициент затухания $\beta = \frac{k}{2I}$ и

собственную частоту свободных колебаний $\omega_0 = \sqrt{\frac{m_{ГП} g L}{I}}$. По-

лучаем дифференциальное уравнение затухающих колебаний в таком виде

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + 2\beta \frac{d\varphi}{dt} + \omega_0^2 \varphi = 0 \quad (2)$$

Решением дифференциального уравнения (2) является функция вида

$$\varphi = \varphi_0 e^{-\beta t} \cos \omega t , \quad (3)$$

где φ_0 и φ – угловое перемещение в начальный и конечный момент времени соответственно.

Циклическая частота затухающих колебаний

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} , \quad (4)$$

где $\omega = \frac{2\pi}{T}$, $\beta = \frac{\chi}{T}$, χ – логарифмический декремент за-

тухания.

Период колебаний

$$T = \frac{t}{n} , \quad (5)$$

где t – время, за которое колесо совершает n полных колебаний.

Из (3) следует, что угловое перемещение при совершении n полных колебаний можно выразить $\varphi = \varphi_0 e^{-\beta t}$, отсюда коэффициент затухания

$$\beta = \frac{\ln \frac{\varphi_0}{\varphi}}{t} \quad (6)$$

где t - время, за которое колесо совершает n полных колебаний, φ_0 и φ – угловое перемещение в начальный и конечный моменты времени соответственно.

Зная β и ω из (4) получаем:

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{m_{ГР}gL}{I} - \beta^2.$$

Выразим из этого уравнения момент инерции:

$$I_{\text{эксп.}} = \frac{m_{ГР}gL}{\frac{4\pi^2}{T^2} + \beta^2}$$

или с учётом выражения (5):

$$I_{\text{эксп.}} = \frac{m_{ГР}gL}{\frac{4\pi^2 n^2}{t^2} + \beta^2}.$$

Ввиду малости коэффициента затухания β им можно пренебречь, т.е.

$$I_{\text{эксп.}} = \frac{m_{ГР}gL}{4\pi^2 n^2} t^2, \quad (7)$$

где $m_{ГР}$ - масса груза, g - ускорение свободного падения, L - расстояние между центром груза и осью колеса, t - время, за которое колесо совершает n полных колебаний.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

ЗАДАНИЕ 1. *Определение момента инерции и характеристик колебательного движения велосипедного колеса.*

1. Занести в таблицу 1 все известные величины и их абсолютные погрешности, указанные на установ-

Физика

- ке: $m_{гр}$ - масса груза; L - расстояние между центром груза и осью колеса; m_o - масса обода; R - радиус обода; m_c - масса спицы; N_c - количество спиц.
2. Вращая велосипедное колесо, зафиксировать колесо в верхнем положении на угол φ_0 , указанный преподавателем. Занести φ_0 в таблицу 1.
 3. Колесо отпустить и одновременно нажать кнопку «Пуск» на секундомере.
 4. Отсчитать n полных колебаний, по угломерной шкале, определить угол φ , на который отклонился груз, нажать кнопку «Стоп» на секундомере и зафиксировать время.
 5. Повторить измерения 5 раз. Все значения n , φ и t занести в таблицу 1.
 6. Вычислить по формуле (6) коэффициент затухания β для каждого измерения.
 7. Найти среднее значение $\langle \beta \rangle$.
 8. Найти абсолютные погрешности каждого измерения $\Delta\beta$ и среднюю абсолютную погрешность $\langle \Delta\beta \rangle$.
 9. Вычислить логарифмический декремент затухания для каждого измерения по формуле $\chi = \beta \cdot T = \beta \frac{t}{n}$.
 10. Найти среднее значение $\langle \chi \rangle$.
 11. Найти абсолютные погрешности каждого измерения $\Delta\chi$ и среднюю абсолютную погрешность $\langle \Delta\chi \rangle$.
 12. Вычислить по формуле (7) момент инерции $I_{эксп}$ для среднего значения $\langle \beta \rangle$. Считаем это значение средним $\langle I_{эксп} \rangle$.
 13. Результаты вычислений занести в таблицу 1. Произвести статистическую обработку результатов измерения времени t и заполнить таблицу 2.
 14. Вычислить относительную $\delta I_{эксп}$ и абсолютную $\Delta I_{эксп}$ погрешности по следующим формулам, занести

в таблицу 1:

$$\delta I_{\text{эксп.}} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta L}{L} + \frac{2\Delta t_{\text{ДОВ}}}{\langle t \rangle},$$

$$\Delta I_{\text{эксп}} = \langle I_{\text{эксп}} \rangle \cdot \delta I_{\text{эксп}}.$$

Окончательный результат записать в виде:

$$I_{\text{ЭКСП}} = \langle I_{\text{ЭКСП}} \rangle \pm \Delta I_{\text{ЭКСП}}.$$

Таблица 1

$m_{\text{ГР}} =$	$m_0 =$	$L =$	$\Delta L =$	$n =$				
$m_c =$	$\Delta m =$	$R =$	$N_c =$	$\varphi_0 =$				
№	φ	t	Δt	$(\Delta t)^2$	β	$\Delta\beta$	χ	$\Delta\chi$
	град	с	с	с ²	1/с	1/с	-	-
1								
2								
3								
4								
5								
$\langle \text{ср.} \rangle$								
$\langle I_{\text{эксп}} \rangle =$			$\delta I_{\text{ЭКСП}} =$		$\Delta I_{\text{ЭКСП}} =$			

Таблица 2

$S_{n,t}$	α	$t(n, \alpha)$	$\Delta t_{\text{СЛ}}$	$\Delta t_{\text{ПР}}$	$\Delta t_{\text{ДОВ}}$	δt
с	-	-	с	с	с	%

ЗАДАНИЕ 2. Теоретический расчёт момента инерции велосипедного колеса.

1. Момент инерции велосипедного колеса $I_{\text{теор.}}$ равен:

$$I_{\text{теор.}} = I_{\text{обода}} + I_{\text{спиц}} + I_{\text{эруза}}, \text{ т.е.}$$

$$I_{\text{теор.}} = m_0 \cdot R^2 + \frac{N_c}{3} m_c \cdot R^2 + m_{\text{ГР}} \cdot L^2,$$

где m_0 - масса обода; R - радиус обода; m_c - масса спицы;

N_c - количество спиц; L - расстояние между центром груза и осью колеса, $m_{гр}$ - масса груза.

2. Рассчитать относительную погрешность по формуле

$$\delta I_{теор.} = \frac{|I_{теор.} - I_{эсп.}|}{I_{теор.}}$$

3. Сравнить теоретическое и экспериментальное значения момента инерции и объяснить результат. Сделать вывод.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется моментом инерции материальной точки?
2. Что называется моментом инерции твёрдого тела? От чего он зависит?
3. Как определяется момент инерции тел простейшей формы относительно оси, проходящей через центр инерции. Как определяется физический смысл момента инерции.
4. Сформулируйте теорему Штейнера.
5. Что такое момент сил? По какому закону в работе изменяется момент сил?
6. Чем обусловлен момент сил трения в данной работе?
7. Дайте определение затухающих гармонических колебаний, запишите его уравнение и поясните физический смысл входящих в него величин.
8. Исходя из уравнения гармонических колебаний, определите угловое ускорение. Как определяется направление углового ускорения?
9. Дайте определение периода, частоты и циклической частоты колебаний. Покажите, как они связаны между собой.
10. Дайте определение физического маятника. Период колебаний физического маятника.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев И.В. Курс общей физики (т.1). М.: Наука, СПб.: Лань, 2006.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высш. Шк., 2012.
3. Справочное руководство по физике. Ч.1. Механика, молекулярная физика, электричество, магнетизм: Учеб.-метод. пособие. -Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2008.
4. Колебания и волны: Учебное пособие.-Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2009.