ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Физика»

Практикум

по дисциплине
«Физика»

«Динамика вращательного движения»

Авторы
Егоров И.Н., Егорова С.И.,
Жданова Т.П., Ковалева В.С.,
Кунаков В.С., Лемешко Г.Ф.,
Лещева О.А., Холодова О.М.

Ростов-на-Дону, 2022

Аннотация

Практикум предназначен для студентов инженерных специальностей всех форм обучения, изучающих физику (раздел «Механика и молекулярная физика»).

Авторы

к.т.н., доцент Егоров И.Н.,
д.т.н., профессор Егорова С.И.,
к.ф.-м.н., доцент Жданова Т.П.,
доцент Ковалева В.С.,
д.т.н., профессор Кунаков В.С.,
к.ф.-м.н., доцент Лемешко Г.Ф.,
доцент Лещева О.А.,
доцент Холодова О.М.

Оглавление

Краткая теория 4

Лабораторная работа М2 6

Лабораторная работа М3 11

Лабораторная работа М4 16

Лабораторная работа М5 24

Рекомендуемая литература 31

ПРИЛОЖЕНИЕ 32

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Моментом инерции материальной точки называется скалярная величина, равная произведению массы точки на квадрат расстояния от точки до оси вращения:

$$I = m \cdot r^2 .$$

Моментом инерции твердого тела называется сумма моментов инерции материальных точек, из которых состоит тело:

$$I = \sum_i m_i r_i^2 .$$

Момент инерции – это мера инертности при вращательном движении (в этом состоит физический смысл момента инерции).

Теорема Штейнера

$$I = I_c + ma^2 ,$$

где I_c – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс; I – момент инерции этого тела относительно параллельной оси, отстоящей от первой на расстоянии a; m – масса тела.

Моментом силы относительно неподвижной точки называется векторная физическая величина, определяемая векторным произведением радиус-вектора $\vec{r}$, проведенного из данной точки в точку приложения силы, на силу $\vec{F}$:

$$\vec{M} = \left[\vec{r}, \vec{F}\right].$$

Модуль момента силы относительно неподвижной оси:

$$M = Fr\sin\alpha = Fl ,$$

где $l = r\sin\alpha$ – плечо силы (кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью вращения); α – угол между направлениями силы и радиуса-вектора. Направление момента силы совпадает с осью, относительно которой происходит вращение, и может быть определено по правилу буравчика.

Работа при вращении тела

$$dA = M_z d\varphi ,$$

где $d\varphi$ – угол поворота тела; M_z – момент силы относительно оси z.

Момент импульса (момент количества движения) твердого тела относительно оси вращения z:

$$L_z = \sum_{i=1}^{n} m_i \upsilon_i r_i = I_z \omega,$$

где r_i – расстояние от оси z до отдельной частицы тела; $m_i \upsilon_i$ – импульс этой частицы; I_z – момент инерции тела относительно оси z; ω – его угловая скорость.

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси z:

$$M_z = I_z \frac{d\omega}{dt} = I_z \varepsilon \quad \text{или} \quad M_z = \frac{d\,L_z}{dt},$$

где $\varepsilon = \dfrac{d\omega}{dt}$ – угловое ускорение; I_z – момент инерции тела относительно оси z; L_z – момент импульса тела относительно оси z.

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси z,

$$E_{Вр} = \frac{I_z \omega^2}{2},$$

где I_z – момент инерции тела относительно оси z; ω – его угловая скорость.

Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения,

$$E = \frac{1}{2} m \upsilon_c^2 + \frac{1}{2} I_c \omega^2,$$

где m – масса тела; υ_c – скорость центра масс тела; I_c – момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс; ω – угловая скорость тела.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА М2

Определение моментов инерции тел на приборе Обербека

Цель работы: определение момента инерции тела на приборе Обербека.

Оборудование: экспериментальная установка, секундомер.

Теоретическая часть

Маятник Обербека (рис. 1) состоит из шкива радиуса r и четырёх крестообразно расположенных тонких стержней, укреплённых на одной горизонтальной оси. По стержням можно перемещать и закреплять в нужном положении четыре дополнительных груза одинаковой массы m_0. Маятник приводится во вращательное движение при помощи груза массы m, прикреплённого к шнуру, намотанному на шкив.

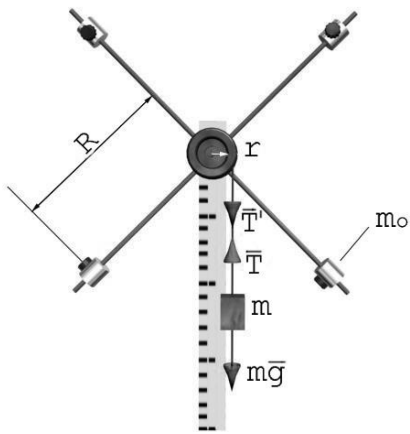

Рис. 1

При разматывании нити груз m опускается, пройдя расстояние h, измеряемое по шкале. Определив время падения, можно найти ускорение, с которым падает груз:

$$h = \frac{at^2}{2} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2h}{t^2}\ . \tag{1}$$

Запишем второй закон Ньютона для груза m в проекции на направление движения:

$$ma = mg - T \quad \Rightarrow \quad T = m(g - a) = m(g - 2h/t^2), \qquad (2)$$

где mg – сила тяжести; T – сила натяжения нити.

На шкив действует сила $\vec{T}'$, под действием которой он совершает вращение с угловым ускорением

$$\varepsilon = \frac{a}{r} = \frac{2h}{t^2 r}. \qquad (3)$$

Поскольку по третьему закону Ньютона $|\vec{T}'| = |\vec{T}|$, можно записать, что момент силы, вращающий шкив, равен

$$M = T \cdot r = m(g - a)r = m(g - 2h/t^2)r. \qquad (4)$$

Запишем основное уравнение динамики вращательного движения

$$M = I \cdot \varepsilon \quad \Rightarrow \quad I = \frac{M}{\varepsilon}, \qquad (5)$$

где I - момент инерции вращающейся системы тел маятника Обербека.

Подставляя в уравнение (5) M из (4) и ε из (3), получаем

$$I = \frac{m(g - 2h/t^2)r^2 t^2}{2h} = \frac{m(gt^2 - 2h)r^2}{2h}.$$

Учитывая, что радиус шкива равен половине его диаметра, т.е. $r = d/2$, получаем окончательную формулу для вычисления момента инерции системы

$$\boxed{I = \frac{md^2(gt^2 - 2h)}{8h}}. \qquad (6)$$

Для нахождения момента инерции I_0 грузиков m_0 необходимо найти момент инерции нагруженной системы I_1 и момент инерции ненагруженной системы I_2:

$$\boxed{I_0 = I_1 - I_2}. \qquad (7)$$

Порядок выполнения работы

Задание 1. *Определение момента инерции нагруженной системы.*

1. Насадить на крестовину (см. рис. 1) симметрично четыре груза m_0 на одинаковом расстоянии от центра R (по заданию преподавателя).
2. Намотать нить на шкив так, чтобы груз m находился на определённой высоте h.
3. Занести в табл. 1 величины, указанные на установке (m, m_0, d), а также R и h, и их абсолютные погрешности.

Таблица 1

	m	m_0	d	h	R	I_1	I_2	I_0	$I_{теор.}$
$[A]$	кг	кг	м	м	м	кг·м^2	кг·м^2	кг·м^2	кг·м^2
A									
$\delta A = \dfrac{\Delta A}{A}$									
ΔA									

4. Отпустить груз и определить время падения его t_1 с заданной высоты. Измерения повторить несколько раз. Результаты занести в табл. 2.

Таблица 2

	1	2	3	4	5	$\langle t \rangle$
t_1, с						
Δt_1, с						
t_2, с						
Δt_2, с						
Δt_2^2, с^2						

5. По формуле (6) по **среднему значению времени** t_1 определить момент инерции I_1, результат занести в табл. 1.

Таблица 3

$S_{n,t}$	α	$t(n,\alpha)$	$\Delta t_{2СЛ}$	$\Delta t_{ПР}$	$\Delta t_{2ДОВ.}$	δt_2
с	–	–	с	с	с	%

Задание 2. *Определение момента инерции ненагруженной системы.*

1. Снять грузики m_0 с крестовины.
2. Намотать нить на шкив так, чтобы груз m находился на той же высоте h.
3. Отпустить груз и определить время падения t_2. Измерения повторить несколько раз. Результаты занести в таблицу 2.
4. Произвести статистическую обработку времени t_2 по методу Стьюдента. Данные занести в табл. 2 и 3 (см. прил.).
5. По формуле (6) **по среднему значению времени** t_2 определить момент инерции I_2, результат занести в табл. 1.
6. Вычислить относительную и абсолютную погрешности по формулам:

$$\delta I_2 = \frac{\Delta m}{m} + \frac{2\Delta d}{d} + \frac{2g\langle t_2\rangle \cdot \Delta t_{2ДОВ} + 2\Delta h}{g\langle t_2\rangle^2 - 2h} + \frac{\Delta h}{h}, \tag{8}$$

$$\Delta I_2 = \pm\delta I_2 \cdot I_2 (кг \cdot м^2). \tag{9}$$

7. Занести значения погрешностей в табл. 1.

Задание 3. *Определение момента инерции четырёх грузиков.*

По формуле (7) определить момент инерции I_0 четырёх грузиков. Результат занести в табл. 1.

Задание 4. *Теоретическое определение момента инерции грузиков.*

1. Считая грузики m_0 материальными точками, рассчитать их момент инерции по формуле

$$I_{теор.} = 4m_0R^2 \,. \qquad (10)$$

2. Занести результат в табл. 1.
3. Вычислить относительную и абсолютную погрешности по формулам:

$$\delta I_{теор} = \frac{\Delta m_0}{m_0} + \frac{2\Delta R}{R};$$

$$\Delta I_{теор.} = \pm I_{теор} \cdot \delta I_{теор} \, (кг \cdot м^2).$$

4. Занести значения погрешностей в табл. 1.
5. Сравнить $I_{теор.}$ и I_0. Для этого рассчитать погрешность по формуле:

$$\delta = \frac{\left| I_0 - I_{\text{ò ãî ð}} \right|}{I_{\text{ò ãî ð}}} 100\% \,.$$

Контрольные вопросы

1. Что называется моментом инерции материальной точки?
2. Что называется моментом инерции твёрдого тела? От чего он зависит?
3. Момент инерции тел простейшей формы относительно оси, проходящей через центр инерции.
4. Физический смысл момента инерции.
5. Что называется моментом силы?
6. Вывести рабочую формулу для определения момента инерции.
7. Записать основной закон динамики вращательного движения.
8. Теорема Штейнера.
9. Найти момент инерции однородного шара радиусом R и массой m относительно оси вращения, проходящей по касательной к поверхности шара.
10. Вывести формулу относительной погрешности для момента инерции.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА М3

Определение зависимости момента инерции системы от распределения массы относительно оси вращения

Цель работы: Изучение зависимости момента инерции системы от распределения массы относительно оси вращения.

Оборудование: экспериментальная установка, секундомер.

Теоретическая часть

Маятник Обербека (рис. 1) состоит из шкива радиуса r и четырёх крестообразно расположенных тонких стержней, укреплённых на одной горизонтальной оси. По стержням можно перемещать и закреплять в нужном положении четыре дополнительных груза одинаковой массы m_0. Маятник приводится во вращательное движение при помощи груза массы m, прикреплённого к шнуру, намотанному на шкив.

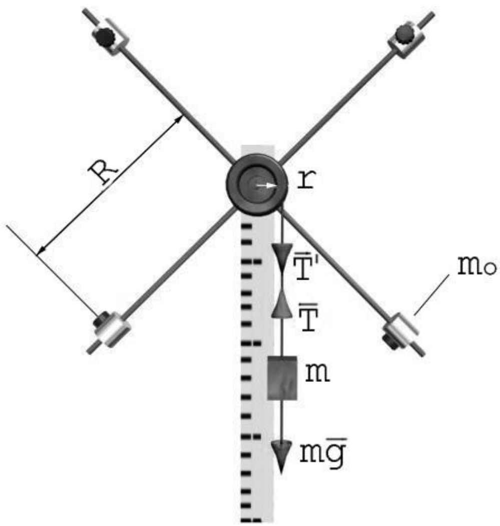

Рис. 1

При разматывании нити груз m опускается, пройдя расстояние h, измеряемое по шкале. Определив время падения, можно найти ускорение, с которым падает груз:

$$h = \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2h}{t^2}. \tag{1}$$

Запишем второй закон Ньютона для груза m в проекции на направление движения:

$$ma = mg - T \Rightarrow T = m(g - a) = m(g - 2h/t^2), \tag{2}$$

где mg – сила тяжести; T – сила натяжения нити.

На шкив действует сила $\vec{T}'$, под действием которой он совершает вращение с угловым ускорением

$$\varepsilon = \frac{a}{r} = \frac{2h}{t^2 r}. \tag{3}$$

Поскольку по третьему закону Ньютона $|\vec{T}'| = |\vec{T}|$, можно записать, что момент силы, вращающий шкив, равен

$$M = T \cdot r = m(g - a)r = m(g - 2h/t^2)r. \tag{4}$$

Запишем основное уравнение динамики вращательного движения

$$M = I \cdot \varepsilon \Rightarrow I = \frac{M}{\varepsilon}, \tag{5}$$

где I – момент инерции вращающейся системы тел маятника Обербека.

Подставляя в уравнение (5) M из (4) и ε из (3), получаем

$$I = \frac{m(g - 2h/t^2)r^2 t^2}{2h} = \frac{m(gt^2 - 2h)r^2}{2h}.$$

Учитывая, что радиус шкива равен половине его диаметра, т.е. $r = d/2$, получаем окончательную формулу для вычисления момента инерции системы:

$$\boxed{I = \frac{md^2(gt^2 - 2h)}{8h}}. \tag{6}$$

Порядок выполнения работы

1. Установить на крестовине (см. рис. 1) симметрично четыре груза m_0 на минимальном расстоянии R_1 от оси вращения. Занести значение R_1 в табл. 1.
2. Намотать нить на шкив так, чтобы груз m находился на определённой высоте h. Занести значение h в табл. 2.
3. Отпустить груз и определить время падения его t_1 с заданной высоты. Измерения повторить несколько раз. Результаты занести в табл. 1.
4. Занести в табл. 2 величины, указанные на установке (m, d) и их абсолютные погрешности.
5. Посчитать по формуле (6) момент инерции системы I_1. Результат занести в таблицу 2.
6. Повторить пп. 1–3,5 для других расстояний (R_2, R_3, R_4, R_5)– по заданию преподавателя.
7. Построить график зависимости момента инерции I от расстояния R: $I = f(R)$.
8. Произвести статистическую обработку времени t_1 по методу Стьюдента, заполнив табл. 3 и 4 (см. прил.).
9. Посчитать относительную и абсолютную погрешности для I_1 по формулам

$$\delta I_1 = \frac{\Delta m}{m} + \frac{2\Delta d}{d} + \frac{2g\langle t_1\rangle \cdot \Delta t_{1ДОВ} + 2\Delta h}{g\langle t_1\rangle^2 - 2h} + \frac{\Delta h}{h}, \qquad (8)$$

$$\Delta I_1 = \pm\delta I_1 \cdot I_1 (кг \cdot м^2). \qquad (9)$$

10. Занести значения погрешностей в табл. 2.

Таблица 1

№ п/п	R_1	t_1	R_2	t_2	R_3	t_3	R_4	t_4	R_5	t_5
[ ]	м	с	м	с	м	с	м	с	м	с
1										
2										
3										
4										
5										
Ср.										

Таблица 2

	m	d	h	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5
$[A]$	кг	м	м	кг·м2	кг·м2	кг·м2	кг·м2	кг·м2
A								
$\delta A = \dfrac{\Delta A}{A}$								
ΔA								

Таблица 3

	1	2	3	4	5	$\langle t_1 \rangle$
t_1, с						
Δt_1, с						
Δt_1^2, с^2						

Таблица 4

$S_{n,t}$	α	$t(n,\alpha)$	$\Delta t_{1СЛ}$	$\Delta t_{ПР}$	$\Delta t_{1ДОВ}$	δt_1
с	–	–	с	с	с	%

Контрольные вопросы

1. Что называется моментом инерции материальной точки?
2. Что называется моментом инерции твёрдого тела? От

чего он зависит?

3. Момент инерции тел простейшей формы относительно оси, проходящей через центр инерции.
4. Физический смысл момента инерции.
5. Что называется моментом силы?
6. Вывести рабочую формулу для определения момента инерции.
7. Записать основной закон динамики вращательного движения.
8. Теорема Штейнера.
9. Найти момент инерции однородного стержня массой m и длиной l относительно оси, проходящей на расстоянии $l/3$ от его конца.
10. Вывести формулу относительной погрешности для момента инерции.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА М4

Определение ускорения свободного падения на машине Атвуда

Цель работы: экспериментально определить ускорение свободного падения.

Оборудование: машина Атвуда ФПН02-ПС, набор основных и дополнительных грузиков, электронный секундомер.

Теоретическая часть

Свободным падением называется движение, которое совершало бы тело только под действием силы тяжести. Такое движение может быть, например, в трубке, из которой выкачали воздух. При свободном падении тела с небольшой высоты h от поверхности Земли ($h \ll R_З$, где $R_З$ – радиус Земли) оно движется с постоянным ускорением g, направленным по вертикали вниз.

Ускорение g называется **ускорением свободного падения.** Оно одинаково для всех тел и зависит лишь от высоты над уровнем моря и от географической широты на поверхности Земли. Ускорение g максимально на полюсах и минимально на экваторе Земли.

Впервые ускорение свободного падения было экспериментально определено итальянским физиком Г. Галилеем.

Описание метода и экспериментальной установки для определения ускорения свободного падения

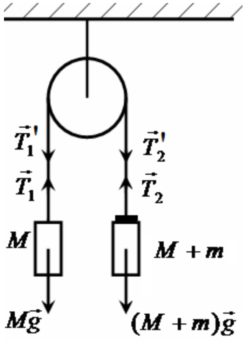

Рис. 1

Метод основан на исследовании движения двух грузов, связанных нитью, перекинутой через неподвижный блок (рис. 1).

Грузы имеют одинаковые массы M, величина которых значительно превышает массу нити. Если на один из грузов положить дополнительный груз (перегрузок) массы m, то они начинают двигаться прямолинейно и равноускоренно с некоторым ускорением a, а блок начинает вращаться с угловым ускорением ε.

Применяя второй закон Ньютона, запишем уравнения движения грузов в проекциях на оси:

а) для груза без перегрузка:

$$Ma = T_1 - Mg\,, \qquad (1)$$

б) для груза с перегрузком

$$(M+m)a = (M+m)g - T_2\,, \qquad (2)$$

где a – ускорение движения грузов; T_1 и T_2 – силы натяжения нити (см. рис. 1); g – ускорение свободного падения.

Уравнение вращения блока (так как по 3-му закону Ньютона $\left|\vec{T}_1{}'\right| = \left|\vec{T}_1\right|$ и $\left|\vec{T}_2{}'\right| = \left|\vec{T}_2\right|$):

$$I \cdot \varepsilon = (T_2 - T_1)R\,, \qquad (3)$$

где I – момент инерции блока; $\varepsilon = \dfrac{a}{R}$ – угловое ускорение блока; R – радиус блока.

Решая систему уравнений (1) – (3), получим формулу для определения ускорения свободного падения в виде:

$$g = \frac{(2M + m + \frac{I}{R^2})a}{m}\,. \qquad (4)$$

Из выражения (4) следует, что для определения ускорения свободного падения необходимо знать массы грузов M и перегрузка m, момент инерции блока I и ускорение движения грузов a.

Ускорение движения грузов определяется из формулы пути при равноускоренном движении:

$$H = \frac{at^2}{2}, \qquad \text{откуда} \quad \boxed{a = \frac{2H}{t^2}}\,, \qquad (5)$$

где t – время, в течение которого грузы перемещаются на величину H.

Подставив в формулу (4) выражение ускорения (5), получим:

$$\boxed{g_1 = \frac{2(2M + m + \frac{I}{R^2})H}{mt^2}} \; - \qquad (6)$$

ускорение свободного падения, рассчитанное **с учетом мо-**

мента инерции блока.

Силы натяжения нити T_1 и T_2 имеют различные значения и могут быть определены из уравнений (1) и (2)

$$\boxed{T_1 = M(g+a)}, \tag{7}$$

$$\boxed{T_2 = (M+m)\ (g-a)}\ . \tag{8}$$

Если момент инерции блока настолько мал, что величиной $\frac{I}{R^2}$ можно пренебречь по сравнению с массой грузов M, то выражение (6) получает вид:

$$\boxed{g_2 = \frac{2(2M+m)H}{mt^2}} - \tag{9}$$

ускорение свободного падения, рассчитанное **без учета момента инерции** блока.

Силы натяжения нити при условии $\frac{I}{R^2} = 0$ имеют одинаковые значения $T_1 = T_2 = T$. Определить силу натяжения можно из формул (7) либо (8).

Общий вид машины Атвуда показан на рис. 2.

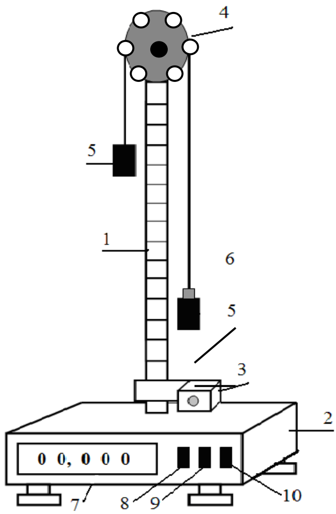

Рис. 2

Конструкция машины была предложена Д. Атвудом и названа в его честь. Машина представляет собой настольный прибор с вертикальной стойкой *1*, на которой крепятся все основные элементы машины Атвуда, и основание *2*. На вертикальной стойке *1* расположены два кронштейна: нижний *3* и верхний *4*. На верхнем кронштейне *4* крепится блок с узлом подшипников качения, через блок перекинута нить с грузами *5* одинаковой массы. Перегрузок *6* кладут на правый груз *5*. На верхнем кронштейне находится электромагнит, который с помощью фрикциона при подаче на него напряжения, удерживает систему с грузами в неподвижном состоянии. На нижнем кронштейне *3* крепится фотодатчик, который выдает электрический сигнал окончания счета времени равноускоренного движения грузов. Нижний кронштейн *3* представляет собой площадку с резиновым амортизатором, о который ударяется груз при его остановке. Нижний кронштейн имеет возможность свободного перемещения и фиксации на вертикальной стойке по всей ее свободной длине. На вертикальной стойке *1* укреплена миллиметровая линейка, по которой определяют начальное и конечное положения грузов, а следовательно, и пройденный путь. Начальное положение определяют визуально по нижнему срезу грузов, конечное положение – по индексу нижнего кронштейна. Секундомер *7* выполнен самостоятельным прибором и соединен кабелем с датчиком (фотоэлектрическим). На установке кнопка *8* – "сброс времени", кнопка *9* – "пуск", кнопка *10* – "сеть"

Порядок выполнения работы

Задание 1. *Определение ускорения свободного падения с учетом момента инерции блока.*

1. Перекинуть нить с двумя грузам через блок и при необходимости отрегулировать положение основания таким образом, чтобы груз с перегрузком проходил по середине рабочего окна фотодатчика.
2. Включить в сеть шнур питания секундомера.
3. Привести подвижную систему (грузы на нити) в исходное положение, т.е. установить правый груз в верхнее положение.
4. Нажать на кнопку "Сеть" секундомера, при этом сработает электромагнит и блок потеряет возможность вращаться.
5. Положить на правый груз перегрузок известной массы $\boldsymbol{m}$.

6. Определить пройденный путь H правого груза по шкале как расстояние от верхнего до нижнего положений и занести в табл. 3.

7. Нажать на кнопку "Пуск" секундомера и определить время, в течение которого груз проходит расстояние H. Опыт повторить не менее 5 раз. Результаты занести в табл. 1.

8. Произвести статистическую обработку времени и заполнить табл. 1 и 2.

9. Заполнить табл. 3 (масса грузов M, перегрузка m и $\frac{I}{R^2}$ указаны на установке).

10. По формуле (5) по среднему значению времени $\langle t \rangle$ рассчитать ускорение a движения грузов. Занести в табл. 3.

11. По формуле (6) по среднему значению времени $\langle t \rangle$ определить ускорение свободного падения g_1 с учетом момента инерции блока. Занести в табл. 3.

12. Относительную и абсолютную погрешности при определении ускорения свободного падения найти по формулам:

$$\delta g_1 = \frac{2\Delta M + \Delta m}{2M + m + \frac{I}{R^2}} + \frac{\Delta H}{H} + \frac{\Delta m}{m} + \frac{2\Delta t_{ДОВ}}{\langle t \rangle},$$

$$\Delta g_1 = \pm g_1 \cdot \delta g_1 .$$

13. По формулам (7) и (8) определить силы натяжения нити. Результаты записать в табл. 3.

14. Относительные и абсолютные погрешности при определении сил натяжения найти по формулам:

$$\delta T_1 = \frac{\Delta M}{M} + \frac{\Delta g + a\left(\frac{\Delta H}{H} + \frac{2\Delta t_{ДОВ}}{\langle t \rangle}\right)}{g + a},$$

$$\Delta T_1 = T_1 \cdot \delta T_1 ,$$

$$\delta T_2 = \frac{\Delta M + \Delta m}{M+m} + \frac{\Delta g + a\left(\dfrac{\Delta H}{H} + \dfrac{2\Delta t_{ДОВ}}{\langle t \rangle}\right)}{g+a},$$

$$\Delta T_2 = \pm T_2 \cdot \delta T_2 .$$

Результаты записать в табл. 3.

Задание 2. *Определение ускорения свободного падения без учета момента инерции блока.*

1. Используя данные табл. 1 и 3, по формуле (9) по среднему значению времени $\langle t \rangle$ найти ускорение свободного падения g_2, занести в табл. 3.

2. Относительную и абсолютную погрешности при определении ускорения свободного падения найти по формулам:

$$\delta g_2 = \frac{2\Delta M + \Delta m}{2M+m} + \frac{\Delta H}{H} + \frac{\Delta m}{m} + \frac{2\Delta t_{ДОВ}}{\langle t \rangle},$$

$$\Delta g_2 = \pm g \cdot \delta g_2 .$$

3. Сравнить результаты, полученные по формулам (6) и (9), рассчитать погрешность по формулам:

$$\delta_1 = \frac{\left| g_{\text{òåîð}} - g_1 \right|}{g_{\text{òåîð}}} \cdot 100\%, \qquad \delta_2 = \frac{\left| g_{\text{òåîð}} - g_2 \right|}{g_{\text{òåîð}}} \cdot 100\%,$$

где $g_{теор} = 9{,}81 \dfrac{м}{с^2}$; g_1 – ускорение свободного падения, вычисленное по формуле (6); g_2 – ускорение свободного падения, вычисленное по формуле (9).

4. Сделать вывод.

Таблица 1

	1	2	3	4	5	6	7	$\langle t \rangle$
t, c								
Δt, c								
Δt^2, c^2								

Таблица 2

$S_{n,\alpha}$	α	$t(n,\alpha)$	$\Delta t_{СЛ}$	$\Delta t_{ПР}$	$\Delta t_{ДОВ}$	δt
c	–	–	c	c	c	%

Таблица 3

	$\frac{I}{R^2}$	M	m	H	a	g_1	g_2	T_1	T_2
$[A]$	$кг$	$кг$	$кг$	$м$	$\frac{м}{c^2}$	$\frac{м}{c^2}$	$\frac{м}{c^2}$	$Н$	$Н$
A									
$\delta A = \frac{\Delta A}{A}$									
ΔA									

Контрольные вопросы

1. Что называется свободным падением тела?
2. От каких факторов зависит ускорение свободного падения?
3. Сформулировать законы Ньютона.
4. Записать закон всемирного тяготения.
5. Записать основной закон динамики вращательного движения.
6. Что называется моментом инерции материальной точки, твердого тела?
7. Что характеризует момент инерции и от каких факто-

ров он зависит.

8. Теорема Штейнера.
9. Найти момент инерции однородного стержня массой m и длиной l относительно оси, проходящей на расстоянии $l/4$ от его конца.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА М5

Изучение динамики вращательного движения с помощью маятника Максвелла

Цель работы: Определение момента инерции маятника Максвелла с учётом и без учёта силы трения, и сравнение его с теоретическим расчётом. Вычисление силы трения.

Оборудование: экспериментальная установка.

Теоретическая часть

Если маятник массы m опускается с высоты H, а поднимается на высоту $h < H$, то можно сказать, что часть его потенциальной энергии расходуется на работу против сил трения, т.е.

$$mgH = mgh + F_{тр.}(H+h). \qquad (1)$$

Из этого уравнения получаем выражение для вычисления силы трения:

$$\boxed{F_{тр.} = \frac{mg(H-h)}{H+h}}. \qquad (2)$$

С другой стороны, потенциальная энергия маятника в верхней точке (mgH) превращается в нижней точке в кинетическую энергию поступательного движения ($\frac{m\upsilon^2}{2}$), вращательного движения ($\frac{I\omega^2}{2}$) и в работу против сил трения ($F_{тр.} \cdot H$), т.е.

$$mgH = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} + F_{тр.} \cdot H. \qquad (3)$$

Решаем совместно уравнения (1)–(3), учитывая, что $\upsilon = \omega R_0 = \omega D_0/2$ и $\upsilon = 2H/t$, где υ – линейная скорость движения маятника; ω – его угловая скорость вращения; R_0 – радиус оси, на которую наматывается нить; t – время движения маятника до нижней точки.

Получаем выражение для момента инерции маятника Максвелла **с учётом силы трения:**

$$\boxed{I_1 = \frac{mD_0^2}{4}\left(\frac{gt^2h}{H(H+h)} - 1\right)}. \qquad (4)$$

Если рассмотреть идеальный вариант, т.е., когда $F_{тр.} = 0$, то $h = H$, и мы получаем выражение для момента инерции маятника Максвелла **без учёта силы трения:**

$$\boxed{I_2 = \frac{mD_0^2}{4}\left(\frac{gt^2}{2H} - 1\right)}. \qquad (5)$$

Описание экспериментальной установки

На вертикальной стойке основания *1* (рис. 1) крепятся два кронштейна: верхний *2* и нижний *3*. Верхний кронштейн снабжён электромагнитами и устройством *4* для крепления и регулировки бифилярного подвеса *5*.

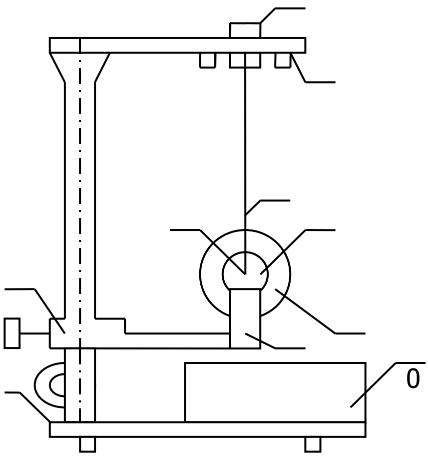

Рис. 1

Маятник представляет собой диск *6*, закреплённый на оси *7*, подвешенной на бифилярном подвесе. На диск крепятся сменные кольца *8*. Маятник со сменными кольцами фиксируется в верхнем исходном положении с помощью электромагнита. На вертикальной стойке *1* нанесена миллиметровая шкала, по которой определяется высота перемещения маятника. Фотоэлектрический датчик *9* закреплён с помощью кронштейна *3* в нижней части вертикальной стойки. Кронштейн *3* обеспечивает возможность перемещения фотодатчика вдоль вертикальной стойки и его фиксирования в любом положении в пределах шкалы (0–42 см). Фотодатчик *9* предназначен для передачи электросигналов на миллисекундомер *10*, который выполнен самостоятельным прибором с цифровой индикацией времени и жёстко закреплён на основании *1*.

Порядок выполнения лабораторной работы

Задание 1. *Определение моментов инерции маятника Максвелла с учётом и без учёта силы трения. Определение силы трения.*

1. Занести в табл. 1 все известные величины и их абсолютные погрешности, указанные на установке, учитывая, что масса маятника $m = m_O + m_Д + m_K$, где m_O – масса оси; $m_Д$ – масса диска; m_K – масса кольца.
2. Установить нижний кронштейн *3* с фотодатчиком *9* (рис. 1) на высоте H, указанной преподавателем. Занести H в табл. 1.
3. Установить с помощью устройства 4 необходимую длину бифилярного подвеса таким образом, чтобы нижний край среза кольца маятника находился на 5 мм ниже оптической оси фотодатчика *9*, а ось маятника занимала горизонтальное положение.
4. Включить в сеть шнур питания миллисекундомера.
5. Нажать на кнопку «сеть», расположенную на лицевой панели миллисекундомера, при этом должна загореться лампочка фотодатчика и цифровые индикаторы миллисекундомера.
6. Вращая маятник, зафиксировать его в верхнем положении при помощи электромагнита, при этом надо следить за тем, чтобы нить наматывалась виток к витку.
7. Нажать кнопку «сброс» и убедиться, что на индикаторе

устанавливаются нули.

8. При нажатии кнопки «пуск» на миллисекундомере электромагнит обесточивается, маятник раскручивается, миллисекундомер начинает отсчёт времени, а в момент пересечения маятником оптической оси фотодатчика отсчёт времени прекращается.

9. Произвести отсчёт времени хода маятника t по миллисекундомеру. Одновременно измерить высоту подъёма маятника h. Повторить измерения 5 раз. Все значения t и h занести в табл. 2.

10. Вычислить по формуле (2) силу трения (для среднего значения h).

11. Вычислить по формуле (4) момент инерции маятника I_1 с учётом силы трения (для средних значений времени t и высоты h).

12. Вычислить по формуле (5) момент инерции маятника I_2 без учёта силы трения (для средних значений времени t и h).

13. Результаты вычислений по формулам (2), (4) и (5) занести в табл. 4.

14. Произвести статистическую обработку результатов измерения времени t и заполнить табл. 2 и 3.

15. Вычислить относительные и абсолютные погрешности по формулам (6) – (11) и занести в табл. 4:

$$\delta F_{тр} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta H + \langle \Delta h \rangle}{H - \langle h \rangle} + \frac{\Delta H + \langle \Delta h \rangle}{H + \langle h \rangle}, \tag{6}$$

$$\Delta F_{тр.} = \pm F_{тр.} \cdot \delta F_{тр}\ ; \tag{7}$$

$$\delta I_1 = \frac{\Delta m}{m} + 2\frac{\Delta D_O}{D_O} + 2\frac{\Delta t_{ДОВ}}{\langle t \rangle} + \frac{\Delta H}{H} + \frac{\Delta H + \Delta h}{H + h}, \tag{8}$$

$$\Delta I_1 = \pm I_1 \cdot \delta I_1 . \tag{9}$$

$$\delta I_2 = \frac{\Delta m}{m} + 2\frac{\Delta D_O}{D_O} + \frac{2\Delta t_{ДОВ}}{\langle t \rangle} + \frac{\Delta H}{H}\ , \tag{10}$$

$$\Delta I_2 = \pm I_2 \cdot \delta I_2\,. \tag{11}$$

Таблица 1

	m_O	$m_Д$	$m_К$	m	H	D_O	$D_Д$	$D_К$
$[A]$	*кг*	*кг*	*кг*	*кг*	*м*	*м*	*м*	*м*
A								
$\delta A = \frac{\Delta A}{A}$								
ΔA								

Таблица 2

	1	2	3	4	5	$\langle ср \rangle$
h, *м*						
Δh, *м*						
t, *с*						
Δt, *с*						
Δt^2, $с^2$						

Таблица 3

$S_{n,t}$	α	$t(n,\alpha)$	$\Delta t_{СЛ}$	$\Delta t_{ПР}$	$\Delta t_{ДОВ}$	δt
с	–	–	*с*	*с*	*с*	%

Таблица 4

	$F_{тр.}$	I_1	I_2	$I_{теор.}$
$[A]$	$Н$	$кг \cdot м^2$	$кг \cdot м^2$	$кг \cdot м^2$
A				
$\delta A = \dfrac{\Delta A}{A}$				
ΔA				

Задание 2. *Теоретический расчёт момента инерции маятника Максвелла.*

1. Момент инерции маятника Максвелла $I_{теор.}$ равен сумме моментов инерции оси I_O, диска $I_Д$ и кольца I_K:

$$I_{теор.} = I_O + I_Д + I_K,$$

где $I_O = \dfrac{m_O D_O^2}{8}$, $I_Д = \dfrac{m_Д (D_O^2 + D_Д^2)}{8}$, $I_k = \dfrac{m_K (D_Д^2 + D_K^2)}{8}$

Результат занести в табл. 4.

3. Сравнить теоретическое и экспериментальное значение момента инерции без учета силы трения. Посчитать погрешность по формуле:

$$\delta = \frac{|I_{\text{òåîð}} - I_2|}{I_{\text{òåîð}}} \cdot 100\%.$$

Контрольные вопросы

1. Что называется моментом инерции материальной точки?
2. Что называется моментом инерции твёрдого тела? От чего он зависит?
3. Момент инерции тел простейшей формы относительно оси, проходящей через центр инерции.
4. Физический смысл момента инерции.
5. Вывести формулу для определения силы трения при движении маятника Максвелла.
6. Вывести формулу для определения момента инерции

маятника Максвелла.

7. Записать основной закон динамики вращательного движения.

8. Теорема Штейнера.

9. Найти момент инерции однородного диска радиусом R относительно оси вращения, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его край.

10. Чем обусловлена сила трения в данной работе?

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 1 / И.В. Савельев. – М.: Наука, СПб.: Лань, 2006.
2. Трофимова Т.И. Курс физики / Т.И. Трофимов. – М.: Высш. шк., 2015.
3. Справочное руководство по физике. Ч.1. Механика, молекулярная физика, электричество, магнетизм: учеб.-метод. пособие. – Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2008.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Обработка результатов измерений по методу Стьюдента

1. Найти среднее арифметическое значение времени по формуле

$$\langle t \rangle = \frac{t_1 + t_2 + \ldots + t_n}{n},$$

где n – число измерений.

2. Найти абсолютные погрешности каждого измерения по формулам: $\Delta t_1 = \left| \langle t \rangle - t_1 \right|$; $\Delta t_2 = \left| \langle t \rangle - t_2 \right|$ и т.д.

3. Возвести в квадрат каждое значение Δt.

4. Вычислить $S_{n,t}$ по формуле:

$$S_{n,t} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (\Delta t_i)^2}{n(n-1)}}.$$

5. Задать доверительную вероятность α по заданию преподавателя (обычно $\alpha = 0{,}95$).

6. По таблице найти коэффициент Стьюдента $t(n,\alpha)$ для данного числа измерений n и вероятности α.

7. Найти $\Delta t_{СЛ}$ по формуле: $\Delta t_{СЛ} = t(\alpha, n) \cdot S_{n,t}$.

8. Найти доверительную погрешность $\Delta t_{ДОВ}$ по формуле:

$$\Delta t_{\text{ÄÎÂ}} = \sqrt{(\Delta t_{\text{ÑË}})^2 + (\Delta t_{\text{ÏÐ}})^2},$$

помня, что абсолютная погрешность **округляется до первой значащей цифры.**

9. Определить относительную погрешность δt по формуле:

$$\delta t = \frac{\Delta t_{ДОВ}}{\langle t \rangle} 100\%.$$

10. Окончательный результат представить в виде:

$$t = \langle t \rangle \pm \Delta t_{ДОВ},\ c.$$