



ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ И ПОВЫШЕНИЯ
КВАЛИФИКАЦИИ

Кафедра «Прикладная геодезия»

Методические указания
к лабораторным работам
по курсу «Геодезия»

**«Уравнительные
вычисления в
нивелировании III и IV
классов»**

Авторы
Губеладзе А.Р.,
Яговкина Е.Н.

Ростов-на-Дону, 2018

Аннотация

Рассмотрены способы уравнивания и оценки точности различных ходов и сетей нивелирования III и IV классов.

Предназначено для студентов по специальности 21.05.01 «Прикладная геодезия» и направлению подготовки 21.03.03 «Геодезия и дистанционное зондирование» очной и заочной форм обучения.

Авторы

доцент, к.т.н., доцент
кафедры «Прикладная
геодезия» Губеладзе А.Р.
ассистент кафедры
«Прикладная геодезия»
Яговкина Е.Н.





Оглавление

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ НИВЕЛИРОВАНИЯ	4
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	36

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ НИВЕЛИРОВАНИЯ

Разомкнутый нивелирный ход прокладывается между реперами с известными отметками, полученными в результате нивелирования более высокого класса по точности. Репер от которого начинается нивелирный ход является начальным исходным репером, репер, на котором ход заканчивается, будет конечным исходным репером. Таким образом, нивелирный ход может включать в себя k число реперов с неизвестными отметками и состоять из l секций (рис. 1).

I. Задача: произвести уравнивание превышений и вычисление высот промежуточных реперов по результатам нивелирования III класса. Произвести оценку точности полевых измерений и уравненных значений.

II. Последовательность выполнения задания:

- 1) уравнивание одиночного нивелирного хода;
- 2) уравнивание сети с одной узловым точкой;
- 3) уравнивание сети способом эквивалентной замены;
- 4) уравнивание сети способом последовательных приближений;
- 5) уравнивание сети способом полигонов В. В. Попова непосредственно на чертеже сети.

При проложении нивелирных ходов и сетей III класса производится измерение не только необходимых для вычисления отметок превышений, но и некоторое число избыточных превышений.

Избыточные измерения производятся для проведения контроля в работе, повышения точности окончательных результатов, оценки точности как полевых измерений, так и полученных результатов,

Наличие избыточных измерений приводит к необходимости производить уравнивание измеренных величин, целью которого является устранение невязок, возникающих в данном ряде измерений, путем вычисления и введения поправок в измеренные величины.

В одиночном нивелирном ходе вследствие неизбежных ошибок, сопровождающих измерение превышений, сумма превышений по ходу не будет равна разности высот исходных точек. Полученная невязка распределяется с обратным знаком пропорционально обратным весам превышений по секциям, т. е. вычисляются поправки в измеренные превышения. По полученным уравненным превышениям вычисляют наиболее надежные высоты промежуточных реперов.

Оценка точности полевых измерений в одиночном ходе производится по разностям двойных измерений.

Наиболее надежно значение высоты в системе нивелирных ходов — нивелирной сети — с одной узловых точкой определяется по принципу общей арифметической середины с учетом весов измеренных превышений. По разности между уравниваем значением высоты узловой точки и высотой той же точки, полученной по любому из нивелирных ходов, определяют величины поправок в измеренные превышения этих ходов. Поправки в превышения каждого хода вычисляются так же, как в одиночном ходе.

Нивелирные сети со многими узловыми точками уравниваются по правилам метода наименьших квадратов параметрическим или коррелятным способами.

Для нивелирных сетей с небольшим числом узловых точек кроме указанных еще применяются следующие способы уравнивания:

- основанный на весовом среднем «способ эквивалентной замены»;
- основанный на параметрическом способе – «способ последовательных приближений» и «способ узлов» (разработанный проф. В. В. Поповым).
- основанный на коррелятном способе – «способ полигонов» (разработанный проф. В. В. Поповым).

Из перечисленных в курсе геодезии изучаются способы эквивалентной замены, последовательных приближений, полигонов В. В. Попова (способ распределения невязок в полигонах непосредственно на чертеже сети).

Для оценки точности полевых измерений в нивелирных сетях используются поправки ходов.

Рассмотрим способы уравнивания одиночного хода и нивелирных сетей с одной и более узловыми точками на конкретных примерах, по ходу решения которых приведем необходимые формулы и пояснения.

1. Уравнивание одиночного нивелирного хода. Пример 1. Произвести уравнивание одиночного хода нивелирования III класса, проложенного между марками II класса. Исходные данные и измеренные величины приведены на схематическом чертеже хода (рис. 1).

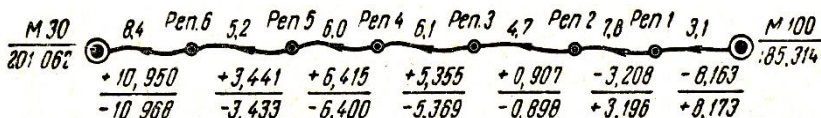


Рис. 1. Схема одиночного нивелирного хода

В табл. 1 приводится решение примера и последовательность его выполнения.

а) Оценка качества нивелирования. Оценка производится по разностям измеренных превышений в прямом и обратном ходах.

В графы 1-5 (табл. 1) выписывают со схемы хода исходные данные и измеренные величины. В графе 7 вычисляют разности превышений по прямому и обратному ходам. Разности d контролируют суммированием величин, записанных в графах 4, 5 и 7,

$$\Sigma h_{np} + \Sigma h_{обр} = \Sigma d. \quad (1)$$

Полученные разности сравнивают с предельными значениями, найденными по формуле

$$Пред d_i = 10 \text{ мм} \sqrt{l_i}, \quad (2)$$

где l_i – длина секции, км

После чего делают заключение о соответствии полевых измерений данному классу нивелирования.

б) Уравнивание превышений и вычисление отметок промежуточных реперов. В графе 6 вычисляют средние из абсолютных значений прямого и обратного превышений. У полученных величин проставляют знак, соответствующий прямому превышению. Вычисление средних превышений контролируют выражением

$$\frac{\sum |h_{np}| + \sum |h_{обр}|}{2} = \sum |h_{cp}|. \quad (3)$$

Невязки нивелирного хода вычисляются по формуле

$$f_h = \sum h_{cp} - (H_k - H_n) \quad (4)$$

и их сравнивают с предельным значением

$$f_{h_{\text{дон}}} = 10 \text{ мм} \sqrt{L} \text{ , км.} \quad (5)$$

Поправки в измеренные превышения по каждой секции находят по формуле

$$v_{hi} = -\frac{f_h}{L} l_i \quad (6)$$

В графе 12 вычисляются исправленные превышения с контролем по формуле

$$\sum (h_{cp} + v) = H_K - H_H \quad (7)$$

Затем вычисляют высоты промежуточных реперов

$$H_{i+1} = H_i + h_{cp} + v_{hi} \quad (8)$$

где H_i – отметка предыдущей точки;

H_{i+1} – отметка последующей точки.

Вычисленные отметки точек записывают в графу 13.

в) Оценка точности полевых измерений. Оценку производят по разностям двойных измерений d_i . Среднюю квадратическую погрешность среднего превышения по ходу длиной 1 км вычисляют дважды, соответственно по основной и контрольной формулам

$$m_{км} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\left[\frac{d^2}{L} \right]}{n}} \quad ; \quad (9)$$

$$m_{км} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\left[d^2 \right]}{\left[L \right]}}, \quad (10)$$

где n – число разностей.

В формуле (9) вес измеренного превышения определяется как $p_h = 1/L_i$, а в формуле (10) обратный вес – как $1/p_h = L_i$.

Величины d^2 и d^2/L_i вычисляют в графах 9 и 10, причем d_i берут в мм, а L_i в км.

Ведомость уравнивания превышений и вычисления высот реперов хода нивелирования III класса

№ секции хода	№ марок и реперов	Длина секции L_i , км	Превышения			Расхождения		d_i^2	$\frac{d_i^2}{L_i}$	Поправки v_i мм	Исправленные превышения, м	Отметка $H_{i,r}$ м	Вес отметок P_{Hi}	Средняя квад- ратическая ошибка M_{Hi} , мм	Ошибка ошибки m_{Hi} , мм
			Прямой ход h_i , м	Обратный ход h'_i , м	Среднее h_i , м	Полученные d_i , мм	Предельно допустимые, мм								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
	100											185,314			
1		3,1	- 8,163	+8,173	- 8,168	+ 10	±18	100	32,3	+4	- 8,164				
	11											177,150	0,35	4,4	1,2
2		7,8	- 3,208	+3,196	- 3,202	- 12	±28	144	18,5	+10	- 3,192				
	12											173,958	0,12	7,5	2,0
3		4,7	+0,907	- 0,898	+0,902	+9	±22	81	17,2	+6	+0,908				
	13											174,866	0,10	8,2	2,2
4		6,1	+5,355	- 5,369	+5,362	- 14	±25	196	32,2	+7	+5,369				
	14							*				180,235	0,10	8,2	2,2
5		6,0	+6,415	- 6,400	+6,408	+15	±24	225	37,5	+7	+6,415				
	15											186,650	0,11	7,8	2,1
6		5,2	+3,441	- 3,433	- 3,437	+8	±23	64	12,3	+6	+3,443				
	16											190,093	0,15	6,7	1,8
7		8,4	+10,950	- 10,968	+10,959	- 18	±29	324	38,6	+ 10	+10,969				
	30											201,062			
		41,3	+15,697	- 15,699	+15,698	- 2		1134	188,5	+50	+15,748				

$$H_k - H_n = +15,748 \text{ м}$$

$$f_{\text{н}} = -0,050 \text{ м}, \quad f_{\text{пред}} = \pm 10 \sqrt{41,3} = \pm 0,064 \text{ м.}$$

Контроль:

$$T_{\text{км}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{188}{7}} = 2,6 \text{ мм}; \quad T_{\text{км}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1134}{41,3}} = 2,6 \text{ мм}; \quad m_{\text{км}} = \frac{2,6}{\sqrt{14}} = 0,69 \text{ мм.}$$

Для суждения о надежности проведенной оценки точности вычисляют среднюю квадратическую погрешность самой погрешности

$$m_{M_{км}} = \frac{m_{км}}{\sqrt{2n}} \quad (11)$$

г) Оценка точности уравненных значений. Состоит в вычислении средних квадратических погрешностей промежуточных реперов в ходе, которые находят по формуле

$$M_{H_i} = \frac{m_{км}}{\sqrt{P_{H_i}}} \quad (12)$$

В этой формуле P_H – вес отметки репера, средняя квадратическая ошибка которой вычисляется. Для вычисления P_H служит формула

$$P_{H_i} = \frac{1}{[L]_i^i} + \frac{1}{[L]_{i+1}^n} = \frac{[L]_1^n}{[L]_1^i \cdot [L]_{i+1}^n} \quad (13)$$

Здесь $[L]_1^n$ – длина всего хода;

$[L]_1^i$ – длина хода от начальной марки до репера с номером i ;

$[L]_{i+1}^n$ – длина хода от конечной марки до репера i .

Например, для репера 2 вес будет равен

$$P_{H_2} = \frac{1}{10,9} + \frac{1}{30,4} = \frac{41,3}{10,9 \cdot 30,4} = 0,12$$

Веса отметок записывают в графу 14, а средние квадратические ошибки в графу 15. В графе 16 вычисляют средние квадратические ошибки ошибок реперов

$$m_{M_i} = \frac{m_{m, KM}}{\sqrt{P_{H_i}}} \quad (14)$$

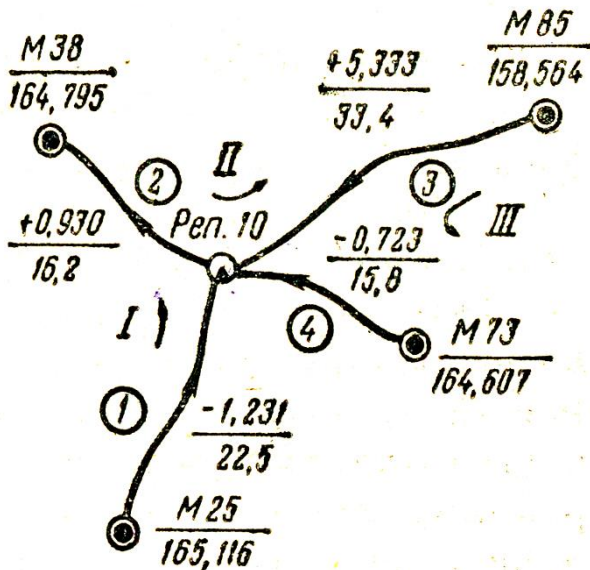


Рис. 2.

2. Уравнивание сети с одной узловой точкой. Пример 2. Произвести уравнивание сети нивелирования III класса с одной узловой точкой (рис. 2). Все исходные данные и измеренные величины (средние превышения и длины ходов) приведены на схематическом чертеже сети.

Решение примера и последовательность его выполнения приводятся в табл. 2 и 3.

а) Оценка качества нивелирования и проверка соответствия его данному классу. Оценка качества производится сравнением вычисленных невязок по полигонам с их допустимыми значениями. Вычисления располагают в таблице (табл. 2).

Для данной сети можно выбрать три разомкнутых полигона. Полигоны обозначают римскими цифрами, а направление обхода указывают стрелками. Невязку f_h каждого полигона вычисляют по формуле (4), в которой $\sum h$ – сумма превышений по ходам, образующим полигон.

Предельную невязку полигона нивелирования III класса вычисляют по формуле (5), в которой L – длина полигона, равная сумме длин ходов, составляющих полигон.

Таблица 2

Ведомость сравнения вычисленных невязок по полигонам с их допустимыми значениями

№ полигона	Порядок обхода полигона	№ ходов, входящих в полигон	Сумма превышений по полигону $\sum h$, мм	$H_k - H_n$, м	Невязка f_n , мм	Длина полигона L , км	Предельная невязка Пред f_n , мм	Сумма поправок по ПОЛИГОНУ $\sum V_i$, мм
I	От M25 до M38	1, 2	- 0,301	- 0,321	+20	38,7	±61	- 20
II	От M38 до M85	2,3	- 6,263	- 6,231	-32	49,6	±70	+32
III	От M85 до M73	3, 4	+6,056	+6,043	+13	49,2	±70	- 13

Как следует из табл. 2, невязки по всем полигонам меньше предельных, следовательно, точность полевых измерений соответствует требованиям, предъявляемым к нивелированию III класса, и можно переходить к уравниванию сети.

б) Вычисление наиболее надежного значения высоты узлового репера и уравнивание превышений. Отметку узлового репера вычисляют как среднее весовое из отметок, вычисленных по ходам от исходных марок и реперов по формуле

$$H = \frac{H'_1 p_1 + H'_2 p_2 + \dots + H'_n p_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n}, \quad (15)$$

Ведомость уравнивания превышений и вычисления высот пунктов сети нивелирования III класса

№ узловых реперов	№ исходных марок	Отметки марок H_j , м	№ ходов	Длина ходов L , км	Превышения h_i , мм	Отметки узлового репера H'_j , м	ε_i , мм	Вес $p_i = 25/L_i$	$\varepsilon_i p_i$, мм	Поправки v_i , мм	$p_i v_i$, мм	$p_i v_i$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	25	165,116	1	22,5	- 1,231	163,885	+20	1,11	+22,2	- 4,7	- 5,2	24,4
10	38	164,795	2	16,2	- 0,930	163,865	0	1,54	0	+15,3	+ 23,6	361,0
	85	158,564	3	33,4	+5,333	163,897	+32	0,75	+23,9	- 16,7	- 12,5	208,8
	73	164,607	4	15,8	- 0,723	163,884	+ 19	1,58	+30,0	- 3,7	- 5,8	21,5
					$H_0 =$	163,865		4,98	+76,1		+0,1	615,7
						15,3						
					$H =$	163,880 ₃						

$$\begin{aligned}
 \mu_{25} &= \sqrt{\frac{615,7}{4-1}} = 14,3 \text{ мм;} & m_{\mu} &= \frac{14,3}{\sqrt{2(4-1)}} = 5,8 \text{ мм;} \\
 m_{KM} &= \frac{14,3}{\sqrt{25}} = 2,9 \text{ мм;} & M_{H_{10}} &= \frac{14,3}{\sqrt{4,98}} = 6,4 \text{ мм;} & m_{M_{H_{10}}} &= \frac{5,8}{\sqrt{4,98}} = 2,6 \text{ мм.}
 \end{aligned}$$

Ответ: $H_{10} = 163,880 \text{ м} \pm 6,4 \text{ мм} (\pm 2,6 \text{ мм}).$

где H'_1, H'_2, \dots, H'_n – отметки узловой точки, вычисленные по ходам $1, 2, \dots, n$;

p_1, p_2, \dots, p_n – веса измеренных превышений по ходам $1, 2, \dots, n$ (или вычисленных по ним от твердых точек отметок).

Вычисления производят в ведомости уравнивания (табл. 3).

В графы 1, 2, 3, 4, 5 и 6 выписывают со схемы сети исходные данные и измеренные величины, обращая внимание на знак превышения. Направление превышения указано стрелкой.

Высоту узлового репера по каждому ходу H вычисляют как алгебраическую сумму высоты исходной марки и измеренного превышения. Записывают полученные значения в графу 7.

В графе 9 по одной из формул

$$p_i = \frac{C}{L_i};$$

$$p_i = \frac{C}{N_i}$$
(16)

вычисляют вес измеренного превышения по ходу (или вычисленной по нему от твердой точки отметки).

Здесь L_i – длина хода, км;

N_i – число станций в ходе;

C – постоянное число, выбираемое с расчетом, чтобы значения весов выражались числами, близкими к единице (для удобства вычислений).

Величину C можно определить приближенно как

$$C = \frac{L_{\min} + L_{\max}}{2},$$
(17)

где L_{\min} и L_{\max} – длина минимального и максимального ходов в сети.

Следует иметь в виду, что, устанавливая число C , одновременно выбирают число измерений, вес которых при оценке точности полевых измерений принимают за единицу.

В данном примере за единицу удобно взять вес превышения в ходе длиной 25 км, так как

$$C = \frac{15,8 + 33,4}{2} 24,6 \approx 25$$

Отметку репера 10 получают по формуле (15), которую преобразуют к удобному для вычисления виду:

$$H = H_0 + \frac{[p\varepsilon]}{[p]}, \quad (18)$$

где H_0 – приближенное значение высоты;
 $\varepsilon_i = H'_i - H_0$ – разность между высотой точки, полученной по каждому ходу и вычисленной приближенно;
 $[p]$ – сумма весов измеренных превышений по ходам.

За приближенное значение H_0 удобно принять наименьшую высоту (для данного примера она равна 163,865 м). Наиболее надежное значение высоты вычисляют с округлением до 0,0001 м.

Разности ε_i записывают в графу 8, а произведения $\varepsilon_i p_i$ в графу 10.

Значение высоты узлового репера, вычисленное по формуле (18), является окончательным и наиболее надежным.

Поправки в превышения отдельных ходов вычисляют как разности между наиболее надежным значением высоты узлового репера и его значениями, полученными по этим ходам

$$v_i = H - H'_i, \quad (19)$$

Например, поправка в превышение по первому ходу $v_1 = 163,8803 - 163,885 = -0,0047$ м = -4,7 мм. Записывают поправки в графу 11.

Вычисление поправок контролируют, используя соотношение

$$[pv] = 0 \quad (20)$$

или при наличии ошибок округлений

$$|[pv]| \leq \beta [p], \quad (21)$$

где β – предельная ошибка округления величины среднего весового значения высоты и поправок.

Подставляя в формулу (21) значение ($\beta = 0,05$ мм (для данного примера), получим неравенство $0,1 < 0,25$.

Контроль вычисления поправок можно провести также их суммированием по ранее намеченным полигонам. По каждому полигону должно выполняться равенство

$$\Sigma V = - f_n. \quad (22)$$

Контроль по формуле (20) или (21), а также по (22) является заключительным при уравнивании сети.

Уравненные значения превышений по отдельным ходам вычисляют по формуле

$$h_i = h_{изм} + v_i. \quad (23)$$

Дальнейшее распределение поправок в превышения по секциям в каждом ходе производят так же, как в одиночном нивелирном ходе. В данном примере эти вычисления не приводятся.

в) Оценка точности полевых измерений. Оценка точности состоит в вычислении средних квадратических ошибок превышения, вес которого принят за единицу μ , и превышения по ходу в 1 км,

$T_{км}$

$$\mu = \sqrt{\frac{[pvv]}{n - k}};$$

$$m_{км} = \frac{\mu}{\sqrt{C}}. \quad (24)$$

Здесь n – число всех ходов;

k – число узловых точек;

C – постоянное, принятое в формуле (16) для вычисления веса.

Величины $p_i v_i$ вычисляют и записывают в графе 13. В нашем примере $C = 25$, следовательно, полученная величина $\mu = 14,3$ мм представляет собой среднюю квадратическую ошибку превышения хода, длиной в 25 км.

Обычно величину μ вычисляют по формуле (24) на основании ограниченного числа измерений, поэтому для определения надежности μ , вычисляют ошибку ошибки формуле

$$m_{\mu} = \frac{\mu}{\sqrt{2(n-k)}}. \quad (25)$$

г) Оценка точности уравненных значений. Качество уравненных значений определяется средней квадратической погрешностью, вычисляемой для узлового репера по формуле

$$M_{H_i} = \frac{\mu}{\sqrt{[p]}} = \frac{\mu}{\sqrt{P_{H_i}}}, \quad (26)$$

где $[p] = P_{H_i} = p_1 + p_2 + \dots + p_n$
и средней квадратической ошибкой самой ошибки

$$m_{M_{H_i}} = \frac{m_{\mu}}{\sqrt{P_{H_i}}}. \quad (27)$$

3. Уравнивание сети способом эквивалентной замены. Пример 3. Произвести уравнивание нивелирной сети, опирающейся на марки, способом эквивалентной замены и оценить точность полевых измерений и высот узловых реперов. Исходные данные и измеренные величины приведены на схематическом чертеже сети (рис. 3).

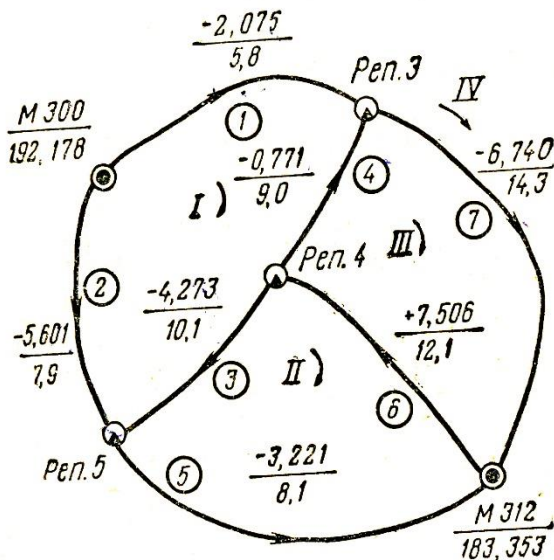


Рис. 3. Схема сети с тремя узловыми точками

Решение примера приводится в табл. 4 – 5 и производится в следующем порядке.

а) Оценка качества нивелирования. Оценка производится тем же способом, который рассмотрен в примере 2.

Для уравнивания сеть, изображенную на рис. 4, разбивают на четыре полигона: три замкнутых и один разомкнутый; полигоны обозначают римскими цифрами, а направление обхода их указывают стрелками. Все вычисления располагают в табл. 4.

Как следует из табл. 4, все невязки по абсолютной величине оказались меньше предельных, следовательно, точность полевых измерений соответствует данному классу нивелирования.

б) Вычисление наиболее надежного значения отметок узловых реперов и уравнивание превышений. Рассмотренный в примере 2 способ уравнивания нивелирной сети с одной узловой точкой не может быть непосредственно применен для уравнивания сетей с несколькими узловыми точками. Для некоторых сетей с небольшим числом узловых точек применяют способ эквивалентной замены, сущность которого заключается в том, что система ходов с несколькими узловыми точками сводится к системе ходов с одной узловой точкой.

Таблица 4

Ведомость сравнения вычисленных невязок по полигонам с их допустимыми значениями

№ полигонов.	Порядок обхода полигона	№ ходов, входящих в полигон	Невязка f_n , мм	Длина полигона L , км	Предельная невязка пред f_n , мм	Сумма поправок по ПОЛИГОНУ Σf_i , мм
1	От реп. 5 до реп. 5	1, 2, 3, 4	+24	32,8	±57	- 24
II	От реп. 4 до реп. 4	3, 5, 6	- 12	30,3	±55	+ 12
III	От реп. 3 до реп. 3	4, 6, 7	- 5	35,4	±60	+5
IV	От М300 до М312	1, 7	+10	20,1	±45	- 10

Основываясь на принципе общей арифметической середины, заменяют несколько ходов одним эквивалентным им ходом, по которому отметка будет получена с таким же весом, с каким бы она была получена по действительным ходам.

В нивелирной сети с тремя узловыми точками (рис. 4) действительные ходы 1 и 7, 2 и 5 заменяются эквивалентными (1, 7) и (2, 5).

После замены нивелирная сеть примет вид сети с одной узловой точкой (реп. 4), в которую сходятся три хода: простой ход 6 и два сложных (1,7 + 4) и (2,5 + 3). Каждый из сложных ходов состоит из эквивалентного – (1, 7) или (2, 5) и действительного 4 или 3 (рис. 4, а).

Производя эквивалентную замену ходов в другом порядке, можно получить сети с узловыми точками на реп. 3 или реп. 5. В первом случае сложный ход (2, 5 + 3) и ход 6 можно снова заменить эквивалентным ходом {(2, 5 + 3), 6}, тогда к точке реп. 3 будут примыкать три одиночных хода: простые 1 и 7 и сложный {(2,5+ 3), 6+4} (рис. 4, б). Аналогично можно получить третий вариант сети с узловой точкой на реп. 5 (рис. 4, в).

Для решения задачи принят первый вариант. В графы 1, 2, 3, 4 ведомости уравнивания (табл. 5) выписывают со схемы сети исходные данные и измеренные величины, необходимые для вычисления высоты реп. 3 по ходам 1 и 7. Ходы 1 и 7 заменяют одним

эквивалентным с весом, равным сумме весов по ходам 1 и 7. Вычисление весов измеренных превышений (или вычисленных по ним высот) выполняют по формуле (16). Для решения данной задачи C удобно принять равным 10 (см. указания к примеру 2).

Высоту реп. 3 получают как среднее весовое из отметок по ходам 1 и 7 по формуле (189) (см. указания к примеру 2).

Ответ: $H_3 = 190,096 \text{ м} \pm 4,4 \text{ мм} (\pm 1,54 \text{ мм})$;

$H_4 = 190,860 \text{ м} \pm 5,1 \text{ мм} (\pm 1,78 \text{ мм})$;

$H_5 = 186,579 \text{ м} \pm 4,4 \text{ мм} (\pm 1,53 \text{ мм})$.

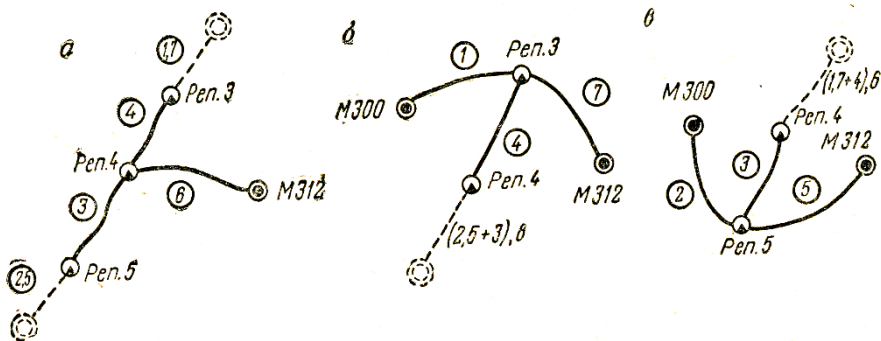


Рис. 4. Способ эквивалентной замены

Определим теперь длину эквивалентного хода, по которому можно было бы получить высоту реп. 3 с таким же значением и с таким же весом, с каким она получена как среднее весовое из отметок по ходам 1 и 7.

Длину эквивалентного хода определяют по формуле

$$L_{1,2,\dots,i} = \frac{C}{p_{1,2,\dots,i}}, \quad (28)$$

где $p_{1,2,\dots,i} = p_1 + p_2 + \dots + p_i$ – вес превышения по эквивалентному ходу или отметки, вычисленным по эквивалентному ходу;
 p_1, p_2, \dots, p_i – соответственно веса превышений по ходам, составляющим эквивалентный ход.

По формуле (28), с учетом формулы для веса, получим

$$L_{1,7} = \frac{10}{p_{1,7}} = \frac{10}{2,42} = 4,13 \text{ км.}$$

Ведомость уравнивания превышений и вычисления отметок узловых реперов нивелирной сети

№ ходов	№ исходных марок узловых реперов	Измеренные превышения h_{ij} мм	Длина ходов L_i км	Вычисленные отметки узлового репера H'_{ij} м	Остаток ϵ_i мм	Вес $p_i = 10/L_i$	$p\epsilon_i$ мм	Поправки v_i мм	Окончательные отметки H_{ij} м	$p_{\Sigma v_i}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	300	- 2,075	5,8	190,103	Pen 3 10	1,72	17,2	- 6,5	190,096 ₅	72,9
7	312	+6,740	14,3	190,093	0	0,70	0	+3,5		8,7
1,7		+0,771	4,13 9,0	190,100 ₁		2,42 1,11	17,2	- 3,6 - 7,7		66,0
2	300	- 5,601	7,9	186,577	Pen 5 3	1,26	3,8	+1,7	186,578 ₇	3,6
5	312	+3,221	8,1	186,574	0	1,24	0	+4,7		27,4
2,5		+4,273	4,0	186,575 ₅		2,50	3,8	+3,2		65,0
3			10,1		Pen 4 22,6	0,99		+8,1	190,859 ₈	
1,7+4			13,13	190,871 ₁	0	0,76	12,2	- 11,3		
2,5+3			14,10	190,848 ₅	0	0,71	0	+11,3		
6	312	+7,506	12,1	190,859	10,5	0,83	8,7	+0,8		0,5
				190,859 ₈		2,30	25,9			244,1

$$\mu_{10} = \sqrt{\frac{244,1}{4}} = 7,8 \text{ мм}; \quad m_{\mu} = \frac{7,8}{\sqrt{2 \cdot 4}} = 2,7 \text{ мм}; \quad m_{\text{к.м}} = \frac{7,8}{\sqrt{10}} = 2,5 \text{ мм}; \quad M_{H_3} = \frac{7,8}{\sqrt{3,06}} = 4,4 \text{ мм}; \quad m_{M_{H_3}} = \frac{2,7}{\sqrt{3,06}} = 1,54 \text{ мм};$$

$$M_{H_4} = \frac{7,8}{\sqrt{2,30}} = 5,1 \text{ мм}; \quad m_{M_{H_4}} = \frac{2,7}{\sqrt{2,30}} = 1,78 \text{ мм}; \quad M_{H_5} = \frac{7,8}{\sqrt{3,11}} = 4,4 \text{ мм}; \quad m_{M_{H_5}} = \frac{2,7}{\sqrt{3,11}} = 1,53 \text{ мм}.$$

Все числа, относящиеся к эквивалентному ходу 1,7, записывают в соответствующие графы по строке 1,7. Ниже строкой выписывают длину, превышение и вес его по ходу 4.

Далее переходят к реп. 5. Его высоту получают по эквивалентному ходу 2,5 с весом 2,50 и длине 4,00 км. Все числа, относящиеся к эквивалентному ходу 2,5, записывают в соответствующие графы по строке 2,5. Ниже строкой выписывают длину, превышение и вес его по ходу 3.

Вычисленные высоты реп 3 и реп. 5 являются только предварительными, так как при вычислении их участвовали только по два хода из семи.

После этого вычисляют высоту реп. 4 как среднее весовое из отметок, полученных по ходам (1,7 + 4); (2,5 + 3) и 6. Для получения высоты реп. 4 по сложному ходу (1,7 + 4) необходимо к предварительной высоте реп. 3 прибавить превышение по ходу 4

$$H'_4 = H'_3 + h_4 = 190,100_1 + 0,771 = 190,871_{1м.}$$

Длина сложного хода (1,7 + 4) равна сумме ходов, его составляющих

$$L_{1,7+4} = L_{1,7} + L_4,$$

а вес этого хода равен

$$p_{1,7+4} = \frac{10}{L_{1,7+4}}.$$

3) Аналогично получим высоту реп. 4 по сложному ходу (2,5 + 3)

$$H'_4 = H'_5 + h_3; \quad L_{2,5+3} = L_{2,5} + L_3; \quad p_{2,5+3} = \frac{110}{L_{2,5+3}}.$$

Значение высоты реп. 4, равное 190,859₈, будет окончательным и наиболее надежным, так как в его образовании участвовали все семь ходов.

Далее определяют наиболее надежные значения реп. 3 и реп. 5. Для этого сначала по формуле

$$v_i = H_i - H'_i \quad (29)$$

вычисляют поправки по ходам (1,7 4- 4), (2,5 + 3) и 6, а затем поправки на сложные ходы распределяют пропорционально длинам ходов, их составляющих. Так, поправки по сложному ходу (1,7 + 4) и ходам 1,7 и 4 равны

$$v_{1,7+4} = 190,859_8 - 190,871_1 = -11,3 \text{ мм};$$

$$v_{1,7} = \frac{v_{1,7+4} \cdot L_{1,7}}{L_{1,7+4}} = \frac{-11,3 \cdot 4,13}{13,13} = -3,6 \text{ мм};$$

$$v_4 = \frac{v_{1,7+4} \cdot L_4}{L_{1,7+4}} = \frac{-11,3 \cdot 9,0}{13,13} = -7,7 \text{ мм}.$$

Контролем вычислений будет являться равенство

$$v_{1,7+4} = v_{1,7} + v_4.$$

Значение поправок записывают в графу 10 (табл. 5).

Наиболее надежное значение высоты реп. 3 получим, прибавив к предварительной его высоте поправку на ход 1,7, т. е.

$$H_3 = 190,100_1 + (-3,6 \text{ мм}) = 190,096_5 \text{ м}.$$

Это значение записывают в графу 9.

Поправки по ходам 1 и 7 можно получить, вычитая высоты реп. 3, полученные по этим ходам, из наиболее надежного значения отметки реп. 3. Например,

$$v_1 = 190,096_6 - 190,103 = -6,5 \text{ мм}.$$

Аналогично вычисляют поправки v_2 , и v_3 , наиболее надежное значение реп. 5 и поправки по ходам 2 и 5.

Заключительный контроль уравнивания сети удобнее всего провести суммированием поправок по ранее намеченным полигонам (см. указания к примеру 2). Вычисленные значения записывают в последнюю графу табл. 4.

в) Оценка точности полевых измерений. Качество полевых измерений оценивают по формулам (24), (25) (см. указания к примеру 2).

Произведения $[p_i v^2]$ подсчитывают в графе 11 (табл. 5) только для действительных ходов.

г) Оценка точности уравненных значений отметок. Для определения средних квадратических погрешностей уравненных значений высот всех узловых реперов по формуле (26) вычисляют сначала веса отметок по формуле (27).

Вес реп. 4 уже получен непосредственно в ведомости уравнивания (см. табл. 5, графа 7), он равен 2,30. Веса отметок реп. 3 и реп. 5 определяют на основе метода эквивалентной замены

$$P_{H_3} = p_1 + p_7 + p_{(2,5+3), 6+4};$$

$$P_{H_5} = p_2 + p_5 + p_{(1,7+4), 6+3}$$

и записывают в отдельной таблице (табл. 6).

4. Уравнивание сети способом последовательных приближений. Пример 4. Произвести уравнивание способом последовательных приближений нивелирной сети, изображенной на рис. 4. Решение примера приводится в табл. 7. Рассмотрим последовательность уравнения.

а) Оценка качества нивелирования выполняется тем же способом, что в примере 3.

в) Вычисление наиболее надежного значения отметок узловых реперов и уравнивание превышений. Уравненные значения высот узловых реперов получают путем последовательных приближений. Для этого значение высоты каждой узловой точки в любом приближении (исключение может составлять первое приближение) вычисляется как среднее весовое из значений отметок, получаемых по всем ходам, непосредственно примыкающим к узловой точке. При этом вычислении высоты всех соседних точек независимо от того, будут ли они исходными или узловыми, рассматриваются как безошибочные.

Сеть, изображенная на рис. 4, имеет три узловые точки. Первую – реп. 3 с примыкающими к нему ходами 1, 4 и 7, вторую – реп. 4 с примыкающими к нему ходами 3, 4 и 6 и третью – реп. 5 с ходами 2, 3 и 5.

Таблица 6

Ведомость вычисления весов узловых точек

№ хода	L_i , км	$p_i = 10/L_i$	№ хода	L_i , км	$p_i = 10/L_i$
2	7,9	1,26	1	5,8	1,72
5	8,1	1,24	7	14,3	0,70
2,5	4,00	2,50	1,7	4,13	2,42
3	10,1	0,99	4 \ 4	9,0	1,11
2,5+3	14,10	0,71	1,7+4	13,13	0,76
6	12,1	0,83	6	12,1	0,83
(2,5 + 3), 6	6,50	1,54	(1,7 + 4), 6	6,30	1,59
4	9,0	1,11	3	10,1	0,99
(2,5 + 3), 6 + 4	15,50	0,64	(1,7 + 4), 6 + 3	16,40	0,61
1	5,8	1,72	2	7,9	1,26
7	14,3	0,70	5	8,1	1,24
	$P_{H_3} =$	3,06		$P_{H_5} =$	3,11

В ведомость для уравнивания в графы 1- 6 (табл. 7) выписывают со схемы сети необходимые данные для каждой узловой точки, обращая особое внимание при этом на знаки выписываемого превышения.

В графе 7 по формуле (16) вычисляют веса измеренных превышений и подсчитывают сумму весов для каждой узловой точки.

За единицу веса в задаче принят ход длиной в 10 км (см. указания к примеру 2).

Для сокращения вычислений в формуле (18) до проведения процесса приближений вычисляют по каждой узловой точке величины

$$\frac{P_i}{[P]} = p'_i, \quad (30)$$

которые называют приведенными весами. Контролем вычислений служит равенство

$$[p'] = 1. \quad (31)$$

С учетом формул (30) и (31) формула (18) примет вид

$$H = H_0 + [p' \varepsilon]. \quad (32)$$

В графе 9 вычисляют первое приближение высот узловых реперов в той последовательности, в которой они записаны в графе 1 ведомости уравнивания. Эти высоты могут быть получены различными путями: или по одному из ходов, или как среднее весовое из отметок по нескольким ходам.

В последнем случае вычисления ведут или по формуле (18), если использованы не все ходы, примыкающие к узловой точке, или по формуле (32), если использованы все ходы, примыкающие к узловой точке. Значение высот записывают в графу 9 под чертой.

В примере отметка реп. 3 в первом приближении получена по формуле (15) как среднее весовое из отметок, вычисленных по двум ходам 1 и 7.

Отметку реп. 4 вычисляют по формуле (18) как среднее весовое из отметок, полученных по ходам 4 и 6, при этом за исходную принимают высоту реп. 3, полученную в первом приближении и равную 190, 100₁ м.

Отметку реп. 5 вычисляют по формуле (32) как среднее весовое из отметок, вычисленных по трем ходам 2, 3 и 5. Исходная высота реп. 4 по третьему ходу будет равна 190,865₉ м.

Закончив первое приближение, переходят ко второму, проводя вычисление отметок в той же последовательности: сначала

реп. 3, затем реп. 4 и реп. 5. За исходные при каждом последующем вычислении принимают высоты точек, полученные в предыдущем приближении. Например, для вычисления отметки реп. 3 по ходу 4 за исходную принимают первое приближение высоты реп. 4, равное 190,865₉, а для вычисления высоты реп. 5 по ходу 3 – отметку реп. 4 (190,861₁ м), вычисленную во втором приближении.

Далее переходят к вычислению последующих приближений. Заканчивают вычисления тогда, когда значения двух последних приближений высот будут отличаться друг от друга в пределах точности вычислений (на 1- 3 единицы последнего знака).

В нашем примере пятое приближение высоты реп. 3 и четвертое приближение реп. 4 и реп. 5 будут окончательными уравненными значениями отметок.

Вычитая из уравненной высоты ее значения, полученные по каждому ходу, вычисляют поправки v_{ij} которые записывают в графу 19. Вычисление поправок контролируют по формулам (20) и (21) или (22) (см. указания к примеру 2).

в) Оценка точности полевых измерений. Выполняется так же, как в примере 3.

г) Оценка точности уравненных значений. В этом методе оценка точности затруднена. Веса отметок реперов для формулы (26) можно найти или методом эквивалентной замены (для сети с небольшим числом узловых точек), или методом приближений, предложенным В. П. Козловым, по следующим формулам.

Таблица 7

Ведомость уравнивания превышений и вычисления отметок узловых реперов нивелирной сети

№ узл. репера	№ хода	№ исходной марки	Отметка исходной марки	Измеренные превышения h_i , мм	Длина хода L_i , км	Вес		Приближения										Поправки v_i , мм	$p_i v_i$	$p_i v_i^2$
						$P_i = 10/L_i$	$P_i = p/[p]$	I		II		III		IV		V				
								H_i , м	$p'_i \epsilon_i$	H_i , м	$p'_i \epsilon_i$	H_i , м	$p'_i \epsilon_i$	H_i , м	$p'_i \epsilon_i$	H_i , м	$p'_i \epsilon_i$			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
3	1	300	192,178	- 2,075	5,8	1,72	0,49	190,103	+17,2	190,103	+4,9	190,103	+6,3	190,103	+6,8	190,103	+6,9	- 6,5	- 11,2	72,9
	4	4		- 0,771	9,0	1,11	0,31	190,094 ₉	+0,6	190,090 ₁	0	190,089 ₁	0	190,088 ₈	0	190,088 ₈	0	+7,7	+8,0	66,0
	7	312	183,53	+6,740	14,3	0,70	0,20	190,093	0	190,093	0	190,093	+0,6	190,093	+0,8	190,093	+0,8	+3,5	+2,5	8,7
4						3,53	1,00	190,100 ₁	+17,2	190,098 ₅	+5,5	190,097 ₀	+6,9	190,096 ₅	+7,4	190,096 ₅	+7,7		- 0,1	
	3	5		+4,273	10,1	0,99	0,34			190,853 ₄	0	190,852 ₀	0	190,851 ₈	0			+8,0	+7,9	63,4
	4	3		+0,771	9,0	1,11	0,38	190,871 ₁	+13,4	190,869 ₅	+6,1	190,868 ₀	+6,1	190,867 ₅	+6,0			- 7,7	- 8,6	-
	6	312	183,353	+7,506	12,1	0,83	0,28	190,859	0	190,859	+1,6	190,859	+2,0	190,859	+2,0			+0,8	+0,7	0,6
5						2,93	1,00	190,865 ₉	+13,4	190,861 ₁	+7,7	190,860 ₁	+8,1	190,859 ₈	+8,0				0	
	2	300	192,178	- 5,601	7,9	1,26	0,37	186,577	+1,1	186,577	+1,1	186,577	+1,1	186,577	+1,1			+1,7	+2,1	3,6
	3	4		- 4,273	10,1	0,99	0,28	186,592 ₉	+5,3	186,588 ₁	+3,9	186,587 ₁	+3,7	186,586 ₈	+3,6			- 8,1	- 8,0	-
	5	312	183,353	+3,221	8,1	1,24	0,35	186,574	0	186,574	0	186,574	0	186,574	0			+4,7	+5,8	27,4
						3,49	1,00	186,580 ₄	+6,4	186,579	+5,0	186,578 ₈	+4,8	186,578 ₇	+4,7				- 0,1	242,6

$$\mu_{10} = \sqrt{\frac{242,6}{4}} = 7,8 \text{ мм}; \quad m_{\mu_{10}} = \frac{7,8}{\sqrt{8}} = 2,7; \quad m_{\text{км}} = \frac{7,8}{\sqrt{10}} = 2,5; \quad M_{H_3} = \frac{7,8}{\sqrt{3,06}} = 4,4; \quad m_{M_{H_3}} = \frac{2,7}{\sqrt{3,06}} = 1,54$$

$$M_{H_4} = \frac{7,8}{\sqrt{2,30}} = 5,1 \text{ мм}; \quad m_{M_{H_4}} = \frac{2,7}{\sqrt{2,30}} = 1,78; \quad M_{H_5} = \frac{7,8}{\sqrt{3,11}} = 4,4; \quad m_{M_{H_5}} = \frac{2,7}{\sqrt{3,11}} = 1,53$$

Из первого приближения

$$P'_{H_i} = [p]_i - \frac{P_{i,a}^2}{[p]_a} - \frac{P_{i,b}^2}{[p]_b} - \dots - \frac{P_{i,k}^2}{[p]_k}, \quad (33)$$

где $[p]_i$ – сумма весов превышений ходов, сходящихся в узловой точке i ;

$P_{i,a}, P_{i,b}, \dots, P_{i,k}$ – измеренных превышений отдельных ходов, являющихся связующими между узловой точкой i и соседними узловыми точками a, b, \dots, k (за исключением марок и реперов исходных пунктов);

$[p]_a, [p]_b, \dots, [p]_k$ – суммы весов измеренных превышений по ходам, сходящимся в узловых точках a, b, \dots, k , с которыми узловая точка i имеет связующие ходы.

Из второго приближения

$$P''_{H_i} = [p]_i - \frac{P_{i,a}^2}{P'_{H_a}} - \frac{P_{i,b}^2}{P'_{H_b}} - \dots - \frac{P_{i,k}^2}{P'_{H_k}}, \quad (34)$$

где $P'_{H_a}, P'_{H_b}, \dots, P'_{H_k}$ – веса отметок узловых точек a, b, \dots, k , с которыми узловая точка i имеет связующие ходы, вычисленные в первом приближении по формуле (33).

Так для сети, изображенной на рис. 4, вес отметки реп. 4з вычисленный по формуле (33), будет равен

$$P'_{H_4} = [p_4] - \frac{P_{4,3}^2}{[p]_3} - \frac{P_{4,5}^2}{[p]_5} = 2,93 - \frac{1,11^2}{3,53} - \frac{0,99^2}{3,49} = 2,30$$

Получили значение веса, равное тому, которое было найдено для этой же точки строгим методом – методом эквивалентной замены (см. пример 3). Практически то же самое получилось и для веса отметок реп. 3 и реп. 5.

Для сетей со значительным числом узловых точек вычисления Бесов узловых отметок производят, делая два приближения по формулам (33) и (34). Веса отметок узловых реперов, вычисленные по этим формулам и по строгим формулам метода наименьших квадратов, могут расходиться в пределах 15-20%.

Средние квадратические ошибки определения отметок узловых реперов вычисляют по формуле (26). Последние будут получены с погрешностью, в два раза меньшей, т. е. с 7,5-10%.

5. Уравнивание сети способом полигонов В. В. Попова непосредственно на чертеже сети. Пример 5. Произвести уравнивание нивелирной сети, изображенной на рис. 4, способом полигонов В. В. Попова непосредственно на чертеже сети.

Способ полигонов, предложенный В. В. Поповым, сводится к последовательному распределению невязок в намеченных полигонах пропорционально обратным весам отдельных ходов, входящих в полигон. Это распределение производится способом последовательных приближений. Распределив невязку в одном из полигонов, переходят в соседние, невязки в которых исправляют на величину поправок, приходящихся на общие полигонам ходы. Выполнив вычисления во всех полигонах в первом приближении, переходят к следующим приближениям. Заканчивают распределение невязок в полигонах тогда, когда они становятся равными нулю.

Применение способа В. В. Попова требует расположения вычислений по определенной схеме, предложенной самим автором.

Рассмотрим последовательность уравнивания этим способом.

а) Оценка качества нивелирования. Оценка производится сравнением вычисленных невязок в превышениях по полигонам с допустимыми значениями (см. пример 3).

Для уравнивания сети по способу В. В. Попова необходимо наметить независимые полигоны. Целесообразно и сравнение невязок произвести по этим полигонам.

Число независимых полигонов подсчитывают по формуле

$$r = n - k, \quad (35)$$

где n – число всех измерений;

k – число необходимых измерений (число неизвестных); $n - k$ – число избыточных измерений, или по формуле

$$r = N + T - 1, \quad (36)$$

где N – число сомкнутых полигонов;

T – число твердых марок.

Для сети на рис. 4

$$r = 7 - 3 = 4 \quad \text{или} \quad r = 3 + 2 - 1 = 4.$$

Далее намечают независимые полигоны и составляют схематический чертеж сети полигонов (рис. 5), на котором указывают номера полигонов, марок и узловых реперов, номера ходов, длины ходов (в км) или число станций и превышения. Вначале нумеруют сомкнутые, а затем разомкнутые полигоны; последние при этом как бы «достраивают» до замкнутых полигонов. Разомкнутые полигоны выбирают так, чтобы каждый полигон по возможности содержал меньшее число ходов (для уменьшения в последующем вычислительной работы). Для сети, изображенной на рис. 5, полигон IV выбран от $M 312$ до $M 300$ с ходами 7 и 1.

По намеченным полигонам подсчитывают невязки в сумме превышений. Направление обхода полигона выбирают как по ходу часовой стрелки, так и против хода часовой стрелки, но оно должно быть одинаковым для всех полигонов (это важно для дальнейших вычислений). Невязки, длины полигонов (в км) и предельные невязки выписывают на чертеже сети внутри каждого полигона. Убедившись, что невязки по всем полигонам допустимы, переходят к уравниванию превышений.

б) Уравнивание превышен и η и вычисление наиболее надежного значения высот узловых реперов. Для уравнивания превышений составляют схему уравнивания по способу В. В. Попова (рис. 6).

На этой схеме внутри каждого полигона под его номером вычерчивают табличку невязок, а с внешней стороны полигона около каждого звена (хода) — табличку поправок. Ходы, принадлежащие двум смежным полигонам, будут иметь две таблички поправок. В таблички невязок выписывают соответствующие значения невязок.

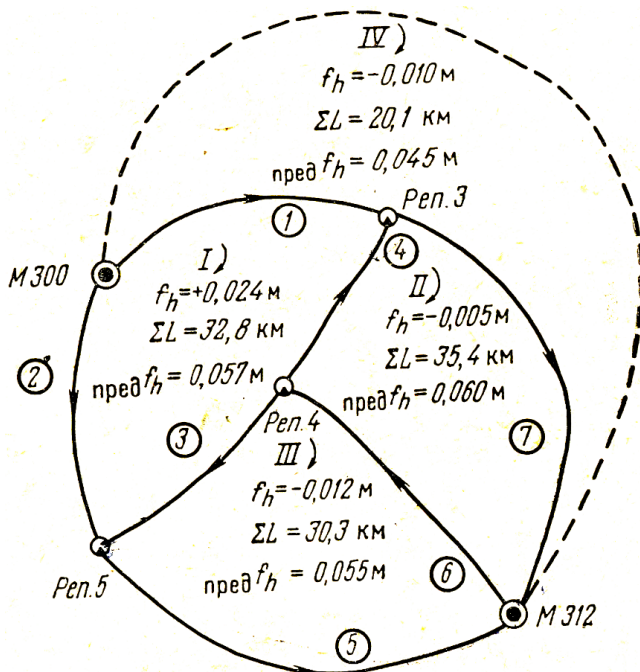


Рис. 5. Схематический чертеж полигонов

В каждом полигоне невязку распределяют прямо пропорционально длинам ходов (или обратным весам), применяя формулу

$$t_i = \frac{f_h}{[L]} L_i \quad (37)$$

Для сокращения вычислений в формуле (37) величины $\frac{L_i}{[L]}$ получают для всех ходов и записывают красными чернилами над соответствующими табличками поправок (с внешней стороны полигона). Эти величины называют «красными числами», контролем вычисления которых является равенство их суммы единице по каждому полигону. Так, для полигона I, состоящего из ходов 1, 2, 3 и 4, красные числа соответственно будут 0,18, 0,24, 0,31, 0,27. Сумма, их равна единице.

Начинать распределение невязок можно с любого полигона. Начнем с полигона I, имеющего наибольшую по абсолютной величине невязку и наибольшее число общих ходов с другими полигонами. Невязку этого полигона, равную + 24, последовательно умножают на красное число его звеньев и полученные значения (округленные до целых миллиметров) записывают в таблички поправок под соответствующими красными числами; причем знаки у полученных значений будут одинаковы со знаками невязки. В результате получим

$$\begin{aligned} +24 \cdot 0,18 &= +4; & +24 \cdot 0,24 &= +6; & +24 \cdot 0,31 &= +7; \\ +24 \cdot 0,27 &= +7; & +4 + 6 + 7 + 7 &= +24. \end{aligned}$$

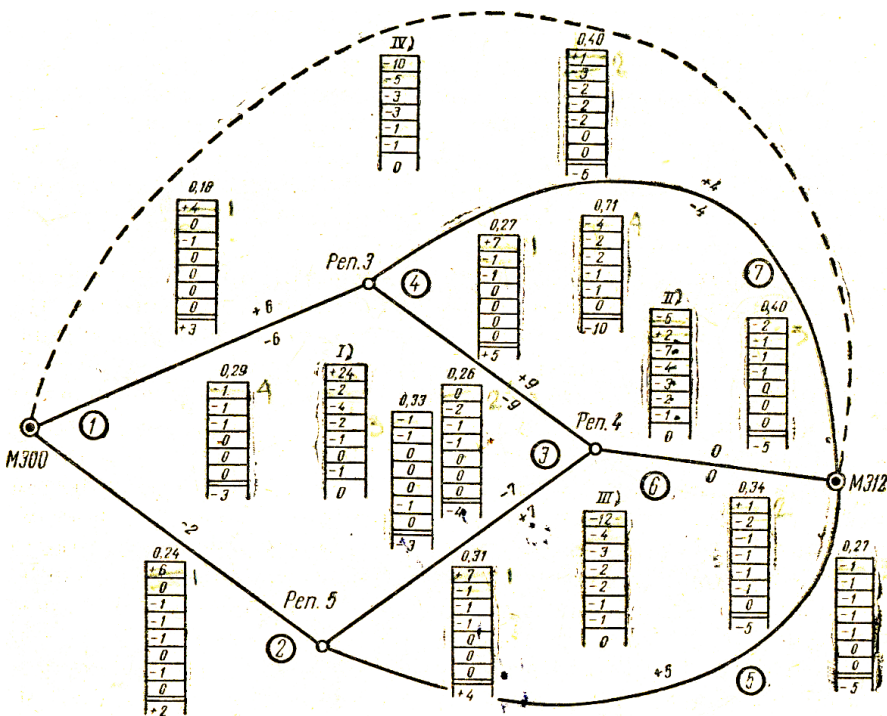


Рис. 6. Схема уравнивания превышений по способу В.В. Попова

После этого переходят в следующий полигон, например полигон II. Невязка его стала равной алгебраической сумме первоначальной невязки -5 и поправки +7, полученной на ход 4 из распределения невязки в полигоне I, т. е. новая невязка оказалась равной

+2. Распределяют эту невязку соответственно красным числам 0,26; 0,40; 0,34 и получают значения 0, +1, +1.

Далее подсчитывают новые невязки для полигонов III и IV, и распределяют их пропорционально красным числам.

Закончив «первый круг», переходят снова к начальному полигону. Теперь его невязка будет складываться из поправок, полученных по отдельным звеньям при распределении невязок в смежных полигонах. Для полигона I она равна сумме поправок -1 (из полигона IV на ход 1), 0 (из полигона II на ход 4) и -1 (из полигона III на ход 3), т.е. -2. Ее распределяют по красным числам полигона и полученные поправки записывают в соответствующие таблички.

Далее переходят к следующим полигонам, производя аналогичные действия до тех пор, пока невязки всех полигонов будут равны нулю. Затем подсчитывают алгебраическую сумму поправок по каждой табличке и подписывают ее под двойной чертой.

Поправки в суммах превышений по каждому ходу вычисляют по следующему правилу: поправка в сумме превышений хода, принадлежащего двум смежным полигонам, получается как алгебраическая сумма чисел внутренней и внешней табличек, причем сумма поправок внешней таблички берется с обратным знаком. Поправка в суммы превышений хода, принадлежащего только одному полигону, равна сумме чисел внешней таблички с обратным знаком. Для превышения по ходу 1 поправка будет равна: по полигону I (для превышения $-2,075$) $-3 + (-3) = -6$; по полигону IV (для превышения $+2,075$) $+3 + (+3) = +6$. По ходу 2 поправка будет равна -2 мм для превышения $+5,601$ м.

Контролем правильности вычисления и записи поправок по каждому полигону служит равенство (22).

Далее по исправленным превышениям вычисляют высоты узловых реперов (табл. 8).

При этом поправки в превышения выписывают по правилу: если направление хода при вычислении высот совпадает с направлением полигона, в который входит ход, поправка выписывается с тем знаком, с которым получена из уравнивания, если направление хода при вычислении отметки не совпадает с направлением полигона, в который входит ход, поправка выписывается с обратным знаком.

Например, при вычислении отметки реп. 3 направление хода 1 берется от марки 300 к реп. 3, т. е. совпадает с направлением I полигона, в который входит этот ход, поэтому поправка выписывается со знаком минус (-6); направление хода 7 от марки 312 к реп.

3 совпадает с направлением IV полигона и поправка будет равна +4 и т. д.

в) *Оценка точности полевых измерений*, Выполняется так же, как в примере 3.

г) *Оценка точности уравненных значений высот* (в табл. 8 не приводится). Выполняется так же, как в примере 3.

Состав исполнителей и распределение обязанностей. Уравнивание нивелирного хода и сетей различными способами выполняет каждый студент.

Ведомость уравнивания превышений и вычисления отметок узловых реперов нивелирной сети

№ репера	№ ходов	№ исходных точек	Отметки исходных точек H_i , м	Превышения h_{ij} мм	Поправки v_i мм	Исправленные превышения h_{ij} мм	Отметки H_{ij} м	Длина ходов L_i км	Вес $p_i = 10/L_i$	$p_{\text{мм}i}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	1 7	300 312	192,178 183,353	- 2,075 +6,740	- 6 +4	- 2,081 +6,744	190,097 190,097	5,8 14,3	1,72 0,70	57,4 11,2
4		300 312	190,097 183,353	+0,771 +7,506	+9 0	+0,780 +7,506	190,857 190,859	9,0 12,1	1,11 0,83	90,0 0
5	2 3 5	300 4 312	192,178 190,858 183,353	- 5,601 - 4,273 +3,221	+2 - 7 +5	- 5,599 - 4,280 +3,226	186,579 186,578 186,579	7,9 10,1 8,1	1,26 0,99 1,24	5,0 48,0 31,0
										242,6

$$\mu_{10} = \sqrt{\frac{242,6}{4}} = 7,8 \text{ мм}; \quad m_{\mu} = \frac{7,8}{\sqrt{2 \cdot 4}} = 2,7 \text{ мм}; \quad m_{\text{км}} = \frac{7,8}{\sqrt{10}} = 2,5 \text{ мм};$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Дьяков Б.Н. Геодезия. Общий курс: Учеб. пособие для вузов. – Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та, 1993.- 171 с
2. Инженерная геодезия. Учеб. для вузов / Е.Б. Ключин, М.И. Киселев, Д.Ш. Михелев, В.Д. Фельдман; Под ред. Д.Ш. Михелева. – М.: Изд. центр "Академия", 2004. – 480 с.
3. Инструкция по нивелированию I, II, III и IV классов. Федеральная служба геодезии и картографии России. – М.: Картгеоцентр-Геодезиздат, 2004. – 244 с.
4. Поклад Г.Г. Геодезия: Учеб. для вузов. – М.: Недра, 1988. – 304 с.: ил.
5. Селиханович В.Г. Геодезия: учебник для вузов. – М.: Недра, 2000. – 544с.
6. Федотов Г.А. Инженерная геодезия. Учебник. – М.: Высш. шк., 2007.- 463 с.: ил.
8. Чеботарев А.С. Способ наименьших квадратов с основами теории вероятностей. – М.: Геодезиздат, 1958. – 606 с.